This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

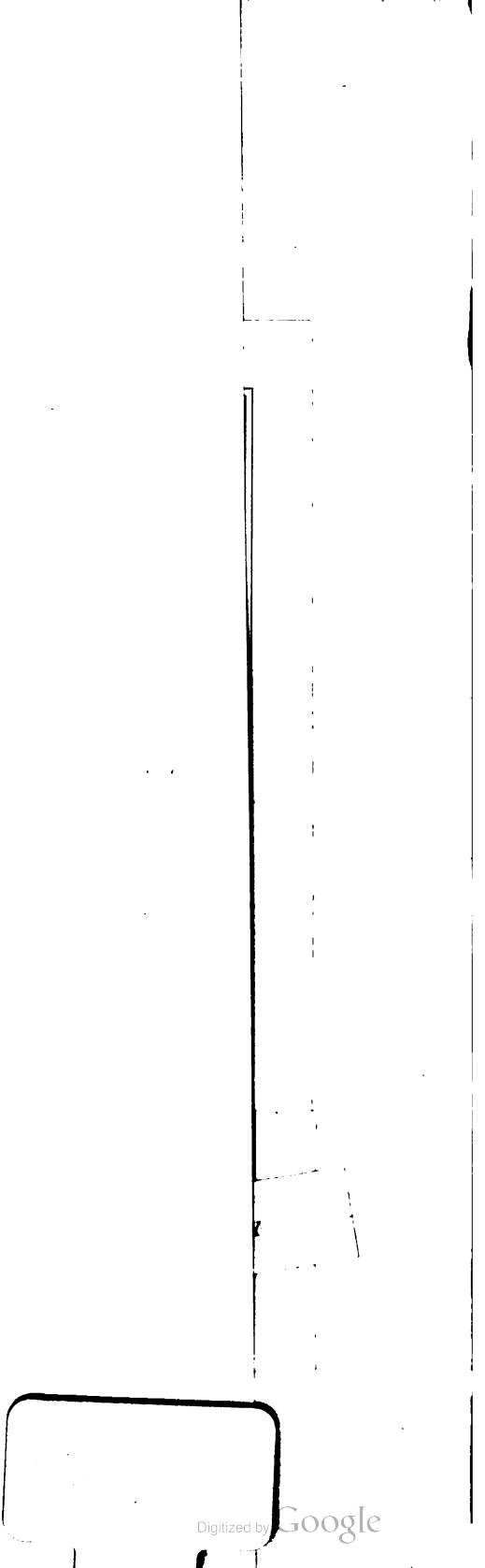
Eng
1078
67.3

GODFREY LOWELL CABOT SCIENCE LIBRARY
of the Harvard College Library

This book is
FRAGILE
and circulates only with permission.
Please handle with care
and consult a staff member
before photocopying.

Thanks for your help in preserving
Harvard's library collections.

Digitized by Google


Digitized by Google

Hommage respectueux de l'auteur très humble et très affectionné
L. Delocre

MÉMOIRE

SUR LA

FORME DU PROFIL

A ADOPTER

POUR LES GRANDS BARRAGES EN MAÇONNERIE

DES RÉSERVOIRS

PAR

M. DELOCRE,
INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES.

PARIS.

DUNOD, ÉDITEUR,
SUCCESSEUR DE Vᵉ DALMONT,
Précédemment Carilian-Gœury et Victor Dalmont,
LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,
Quai des Augustins, n° 49

1867

Digitized by Google

Digitized by Google

21 — 711
21 — 713
4 — 467
14 — 824 London
18 — 280 Paris

Royal Commission
of 1882-1884 on
Intermittent Filtration
of London Sewage

$V = c\sqrt{rm}$

i = inclination
m = mean

Torricelli
De Motu gravium
Projectorum — 1643.

Raphael Magiotti
Hydraulics

Marriotte — 1686.

Pascal — 1663.

Dubuat — 1779 - 1816

Gerard — 1777 —

Eytelwein — 1801

Mallet Bévy — 1807

Digitized by Google

Clavenad – Annales des Ponts et Chaus – 1877
M. Thiery – 1888
Montgolfier 1875

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

MÉMOIRE

SUR LA

FORME DU PROFIL

A ADOPTER

POUR LES GRANDS BARRAGES EN MAÇONNERIE

DES RÉSERVOIRS

Digitized by Google

Paris. — Imprimé par E. Thunot et Cᵉ, rue Racine, 26.

Digitized by Google

MÉMOIRE

SUR LA

FORME DU PROFIL

A ADOPTER

POUR LES GRANDS BARRAGES EN MAÇONNERIE

DES RÉSERVOIRS

PAR

M. DELOCRE,
INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES.

PARIS.

DUNOD, ÉDITEUR,
SUCCESSEUR DE Vᵉʳ DALMONT,
Précédemment Carilian-Gœury et Victor Dalmont,
LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,
Quai des Augustins, n° 49

1867

Digitized by Google

Eng 1078.67.3

Engr.

MAR -6 1912
HARVARD UNIVERSITY
DEPARTMENT OF ENGINEERING

JUN 22 1917
TRANSFERRED TO
HARVARD COLLEGE LIBRARY

Digitized by Google

MÉMOIRE

SUR

LA FORME DU PROFIL

A ADOPTER

POUR LES GRANDS BARRAGES EN MAÇONNERIE

DES RÉSERVOIRS.

---

1. *Exposé.* — Les études faites sur les moyens de prévenir les désastres causés par les inondations de la Loire ayant conduit à proposer la construction de barrages qui atteignent jusqu'à 50 mètres de hauteur dans les principaux affluents de la Loire supérieure, nous avons été chargé par M. Graeff, ingénieur en chef du service spécial de la Loire, d'étudier quel profil il conviendrait d'adopter pour ces barrages.

Dans la pensée que les calculs que nous avons faits pour arriver à la détermination de ces profils pourraient ne pas être inutiles à ceux de nos camarades qui auraient à projeter des barrages en maçonnerie, nous avons rédigé le présent mémoire qui a pour objet d'exposer les méthodes de calcul que nous avons suivies et les résultats auxquels nous sommes arrivé.

Les affluents de la Loire supérieure se prêtent en général très-bien à la construction des barrages ; dans la plus grande partie de leur cours, le rocher forme le fond de la vallée, ils présentent pour la plupart des parties étranglées qui n'offrent sur certains points qu'une largeur ne dépassant pas 20 mètres. M. l'ingénieur en chef Graeff a attiré notre attention sur cette circonstance locale de laquelle il

Digitized by Google

résulte que les barrages sont à leur partie inférieure comme encastrés entre les rochers formant les versants de la vallée, ce qui permet de réduire les épaisseurs à donner aux maçonneries, ainsi qu'on peut le voir dans les considérations développées plus loin. Mais comme quelques-unes des vallées ne présentent pas d'étranglements aussi considérables, nous devions aussi examiner le profil à adopter pour des barrages ne reportant que sur leurs bases les pressions auxquelles ils sont soumis. Notre étude se divisera donc naturellement en deux chapitres; le premier dans lequel nous examinerons quel type il convient d'adopter pour les vallées d'une grande largeur, et le second, consacré aux barrages pouvant reporter la pression latéralement. Nous y joindrons un troisième chapitre renfermant l'application des principes développés dans les deux premiers, à la construction d'un barrage dans une vallée d'un profil déterminé.

CHAPITRE PREMIER.

TYPE DE BARRAGE RECTILIGNE DANS LES VALLÉES PEU ÉTROITES.

2. *Condition de stabilité.* — Un barrage qui ne transmet pas latéralement aux flancs de la vallée les pressions qu'il supporte, doit résister en chacun de ses points à ces pressions par son propre poids. On peut donc dans la recherche des conditions de stabilité d'un pareil ouvrage n'en considérer qu'une tranche ayant pour longueur l'unité linéaire. Si les matériaux employés dans la construction étaient indéfiniment résistants, aussi bien que le sol de la fondation et s'ils avaient entre eux une adhérence illimitée, la seule condition à remplir pour la stabilité serait de donner au mur un profil tel que la résultante de la poussée de l'eau et du poids de la construction passât dans l'intérieur du polygone de base. Mais cette condition n'est pas suffisante dans

Digitized by Google

la pratique; en effet, on ne peut faire supporter aux matériaux de construction et au sol de la fondation qu'une pression limitée qui dépend de leur nature, et d'un autre côté ils n'ont pas entre eux une adhérence illimitée. De là, deux conditions qu'il est indispensable de remplir, il faut : 1° qu'en aucun point de la construction les matériaux que l'on emploie et le sol de la fondation n'aient à supporter une pression trop forte ; 2° que les différentes assises du mur ne puissent glisser les unes sur les autres et que le mur lui-même ne puisse glisser sur sa base.

Jusqu'à présent aucun des murs qui ont éprouvé des avaries ne se sont disjoints par glissements; on a reconnu que les accidents se sont produits parce que la première des conditions énoncées ci-dessus n'était pas remplie ; il est donc naturel dans l'étude que nous avons à faire, de déterminer d'abord les dimensions à donner au barrage en satisfaisant à cette condition et de vérifier ensuite si la seconde est satisfaite.

ABCD (Pl. 128, *fig.* 1) étant le profil d'un barrage, une tranche quelconque de ce barrage ayant pour longueur l'unité linéaire peut être considérée comme soumise à l'action de deux forces; la composante verticale P de la résultante du poids de la construction et de la poussée contre le parement DA et la composante horizontale F de la poussée, ces deux forces donnent lieu à une résultante R qui coupe la base AB au point E. La force R peut être considérée comme appliquée au point E et décomposée en deux en ce point, l'une verticale égale à la force P et l'autre horizontale égale à la composante F. La force horizontale tend à produire le glissement du mur sur la fondation, nous n'aurons à nous en occuper que plus tard ainsi que nous venons de l'expliquer. La force verticale se répartit sur la base suivant une loi décroissante à partir de l'extrémité B la plus rapprochée du point d'application de la résultante.

En désignant par l la largeur de la base AB et par u la

Digitized by Google

distance BE, la pression p' au point B sera donnée par l'une des formules (1) et (2)

$$(1) \qquad p' = 2\left(2 - \frac{3u}{l}\right)\frac{P}{l},$$

$$(2) \qquad p' = \frac{2}{3}\frac{P}{u},$$

suivant que l'on aura $u > \frac{1}{3}l$ ou $u < \frac{1}{3}l$ (*).

Il faudra pour la stabilité du mur que cette pression au point B soit égale ou inférieure à la pression-limite R' que

---

(*) Ces formules se déduisent immédiatement de celles données dans le *Cours de mécanique appliquée professé à l'école des ponts et chaussées par M. Bresse.* 1re partie, n° 32 (Mallet-Bachelier, libraire ; — 1859, — p. 54).

$$(\alpha) \qquad p = \frac{N}{\Omega}(1 + 3n)$$

$$(6) \qquad p = \frac{N}{\Omega} \times \frac{4}{3(1-n)}$$

et qui s'appliquent à un rectangle homogène pressé par une force qui agit sur un des axes de symétrie.

Dans ces formules N représente la charge totale, Ω l'aire totale de la surface, et n un rapport qui, avec nos notations, est égal à $\frac{l-2u}{l}$.

Nous avons représenté par P la charge N et la surface Ω est remplacée par l.

En faisant dans les formules ci-dessus $N = P$, $\Omega = l$, $n = \frac{l-2u}{l}$ et en remplaçant la notation p par p', elles deviennent :

$$(1) \qquad p' = \frac{P}{l}\left(1 + \frac{3l-6u}{l}\right) = 2\left(2 - \frac{3u}{l}\right)\frac{P}{l}$$

$$(2) \qquad p' = \frac{P}{l} \times \frac{4}{3\left(1 - \frac{l'-2u}{l}\right)} = \frac{2}{3}\frac{P}{u}.$$

La formule α doit s'appliquer lorsque l'on a $n < \frac{1}{3}$ et par suite

Digitized by Google

l'on peut faire supporter à chaque unité superficielle. On devra donc avoir suivant que u sera plus grand ou plus petit que $\frac{1}{3}\,l$,

$$(3) \qquad 2\left(2-\frac{3u}{l}\right)\frac{P}{l} \leqq R',$$

$$(4) \qquad \frac{2}{3}\frac{P}{u} \leqq R',$$

et cette condition devra être remplie pour toute section horizontale faite dans le profil, en négligeant la force de cohésion des mortiers, ce qui est défavorable à la résistance.

Les expressions (1) et (2) peuvent se mettre sous une autre forme en introduisant dans le calcul la hauteur maximum λ que l'on peut donner à un mur à parois verticales pour que la pression sur la base ne dépasse pas la limite R'. En effet, en représentant par δ' la densité de la maçonnerie ou le poids du mètre cube de maçonnerie, on a : $R' = \delta'\lambda$.

Et les expressions (3) et (4) deviennent :

$$(5) \qquad 2\left(2-\frac{3u}{l}\right)\frac{P}{\delta' l} \leqq \lambda.$$

$$(6) \qquad \frac{2}{3}\frac{P}{\delta' u} \leqq \lambda.$$

3. Les conditions qui précèdent seraient suffisantes si

---

la formule 1 convient au cas où l'on a $\frac{l-2u}{l} < \frac{1}{3}$, c'est-à-dire $u > \frac{1}{3}\,l$.

La formule β s'applique lorsque l'on a $n > \frac{1}{3}$ et par suite la formule 2 convient au cas où l'on a $\frac{l-2u}{l} > \frac{1}{3}$, c'est-à-dire $u < \frac{1}{3}l$.

Digitized by Google

le réservoir devait toujours être plein d'eau, mais il faut encore que le réservoir étant vide, le mur puisse supporter son propre poids sans qu'en aucun de ses points la pression par unité superficielle ne puisse dépasser la limite $\delta'\lambda$. Dans ce cas la résultante de toutes les forces agissant sur le mur se réduit au poids P'; et en désignant par u la distance K'A de la verticale passant par le centre de gravité de la figure ABCD (*fig.* 1) à l'extrémité A la plus rapprochée de la base, la pression en A sera donnée suivant les cas par les formules (1) et (2) et la stabilité du mur exigera que l'une ou l'autre des relations (5) et (6) soit satisfaite en y mettant P' au lieu de P.

4. *Forme à donner à un mur n'ayant à supporter que son propre poids.* — Pour étudier sous toutes ses faces la question dont nous nous occupons, il n'est pas sans intérêt de rechercher quelle forme il convient de donner à un mur n'ayant à supporter que son propre poids, pour qu'en aucun point la maçonnerie ne soit soumise à des pressions supérieures à la limite adoptée.

Il est clair d'abord que tant que la hauteur de ce mur sera inférieure à la limite λ il suffira de lui donner des parements verticaux et que la pression par unité superficielle à la partie inférieure ne dépassera pas $\delta'\lambda$. Si le mur doit être plus élevé on adoptera des parements verticaux jusqu'à une distance du sommet égale à λ et à partir de ce point il faudra donner un empâtement à la construction pour que la pression sur une tranche horizontale quelconque ne dépasse pas la pression limite $\delta'\lambda$.

Il est facile de déterminer la forme à donner aux parements pour que cette condition soit satisfaite. On pourrait choisir d'une manière arbitraire l'un des parements du mur et déterminer l'autre, mais si l'on désire arriver au minimum de cube de maçonnerie, on donnera au mur une forme symétrique par rapport à son axe; il ressort évidemment, en effet, des formules (1) et (2) que la pression maxi-

Digitized by Google

mum p' ne peut acquérir une valeur inférieure à $\frac{P}{l}$; u étant par hypothèse plus grand que $\frac{l}{2}$ ou tout au moins égal à $\frac{l}{2}$, et que cette valeur minimum est atteinte pour $u = \frac{l}{2}$.

Cela posé : la courbe cherchée DNY (*fig.* 3) doit satisfaire à la condition que si dans une section MN quelconque la pression par unité superficielle est égale à une quantité donnée, cette pression restera la même pour une section M'N' infiniment voisine. Cette condition sera évidemment remplie si l'accroissement de surface de la base est proportionnel à l'accroissement de pression, ou, comme tout est symétrique par rapport à l'axe OS, si l'accroissement de la demi-surface LN est proportionnel à l'accroissement de la pression sur cette demi-surface.

Cette condition est exprimée par l'équation :

$$dP = K dB,$$

P représentant la pression exercée sur la demi-section LN par la partie supérieure de la construction et B la surface de cette section. En représentant par b la dimension du mur dans le sens perpendiculaire à la section que nous considérons, par x la largeur LN ou l'abscisse de la courbe cherchée DNY et par y la distance de la section MN à une ligne horizontale prise pour axe de x, on a

$$dB = dbx,$$
$$dP = \delta' bxdy.$$

L'équation différentielle de la courbe DNY est donc :

$$\delta' bxdy = Kbdx,$$
$$dy = \frac{K}{\delta'} \frac{dx}{x}.$$

Digitized by Google

La constante K exprime la pression limite par unité superficielle et par suite elle est égale à $\mathcal{E}'\lambda$; l'équation devient alors :

$$dy = \lambda \frac{dx}{x},$$

ou, en intégrant :

$$y - y_0 = \lambda \log \left(\frac{x}{x_0}\right); \tag{7}$$

La courbe DNY est donc une logarithmique.

Si l'on fait $x_0 = \lambda$ les deux équations ci-dessus donnent :

$$\frac{dy_0}{dx_0} = 1, \quad \text{et} \quad y_0 = 0.$$

En sorte que l'origine des coordonnées doit être prise au point où la valeur de x est égale à λ et qu'en ce point la tangente à la courbe fait un angle de 45° avec l'axe des x.

L'équation (7) devient, en remplaçant x_0 et y_0 par leurs valeurs,

$$y = \lambda \log \frac{x}{\lambda}, \tag{8}$$

ou bien, en passant des logarithmes népériens aux logarithmes ordinaires

$$y = 2.3026\,\lambda \log \frac{x}{\lambda}.$$

La courbe complète qui a pour asymptote l'axe des y donnerait la forme des parements d'un mur indéfini en hauteur pour lequel la pression par unité superficielle serait égale à la limite K sur une tranche horizontale quelconque.

La *fig.* 4 représente la courbe construite en admettant que la pression limite adoptée pour la maçonnerie soit de 60 000 kilogrammes par mètre carré, soit 6 kilogrammes

Digitized by Google

par centimètre carré (*), et, en supposant que l'on veut donner une largeur de 5 mètres au mur à la partie supérieure, on a alors

$$K = 60{,}000,$$

et en admettant que la densité de la maçonnerie est double de celle de l'eau, soit $\delta' = 2\,000$; on a $\lambda = 30$; l'équation de la courbe devient

$$y = 2{,}3026 \times 30 \log \frac{x}{30}.$$

Il ne faut pas oublier en faisant usage de cette formule que le sens dans lequel se comptent ordinairement les y a été renversé en l'établissant; en effet, l'accroissement dy a été compté avec le signe + du haut vers le bas. Les valeurs de y négatives doivent donc être portées dans le sens LO.

La *fig.* 3 fait voir qu'il suffit de donner à un mur de 30 mètres de hauteur et de 5 mètres de largeur au sommet, une largeur de $9^{m}.7392$ à la base pour qu'en aucun de ses points, ce mur n'ait à supporter des pressions supérieures à la pression limite de 6 kilogrammes par centimètre quarré.

En remplaçant les arcs de logarithmique CMH, DNY par des lignes droites, la largeur à donner au mur à sa base serait de 10 mètres; la *fig.* 5 est construite dans cette hypothèse.

L'équation qui donne la largeur x de la base se trouve immédiatement :

$$\left[30 \times 5 + 20\left(\frac{5+x}{2}\right)\right]\frac{2000}{x} = 2000 \times 30.$$

On peut se rendre compte d'une manière frappante de

(*) Nous indiquerons plus loin quels sont les motifs qui nous ont porté à adopter cette pression.

Digitized by Google

l'influence du profil concave que nous avons donné au mur, en cherchant l'épaisseur à donner à la base dans le cas où on admettrait des parements rectilignes inclinés à partir du sommet.

Cette épaisseur, en appelant H la hauteur du mur et a la largeur au sommet, serait donnée par l'équation (*fig.* 6) :

$$H\left(\frac{a+x}{2}\right)\frac{\delta}{x}=\delta\lambda.$$

D'où :

$$x=\frac{Ha}{2\lambda-H}.$$

On voit que pour $H=2\lambda$, x deviendra infini et que pour toute valeur de H supérieure à 2λ, λ sera négatif. D'où l'on conclut que la hauteur maximum que l'on peut donner à un mur construit avec des parements rectilignes inclinés également à partir du sommet, sans dépasser la limite de résistance de la maçonnerie, est double de celle que peut avoir un mur à parements verticaux.

En admettant la pression limite de 6 kilogrammes par centimètre carré, la limite de la hauteur que l'on pourrait donner au mur est de 60 mètres; cette limite se réduit à 40 mètres si l'on prend pour limite de la résistance des matériaux la pression de 4 kilogrammes par centimètre carré.

En faisant $H=50$ mètres et $a=5$ mètres pour se placer dans les conditions du mur de la *fig.* 5, on trouve : $x=25$ mètres. La largeur du mur à la base est donc de 25 mètres au lieu de $9^{m}.739$.

Les résultats qui précèdent font voir combien il peut être important dans une construction de n'avoir aucun point où la pression soit notablement plus faible que celle que l'on prend pour limite; en admettant sans utilité sur certains points des excédants d'épaisseur on arrive rapide-

Digitized by Google

ment à ne plus pouvoir, sur d'autres points, maintenir les pressions dans les limites voulues.

Nous nous attacherons donc dans ce qui va suivre à chercher un profil d'égale résistance ou au moins un profil s'écartant fort peu de ce dernier.

5. ***Stabilité d'un mur ayant à supporter une charge d'eau. Profil théorique d'égale résistance.*** — Nous avons vu plus haut que si ABCD (*fig.* 1) représente un mur ayant à supporter une charge d'eau, les conditions de stabilité de ce mur sont données par l'une des relations

$$(5) \qquad 2\left(2-\frac{3u}{l}\right)\frac{P}{\delta l} \leqq \lambda,$$

$$(6) \qquad \frac{2}{3}\frac{P}{\delta u} \leqq \lambda,$$

suivant que l'on a

$$u > \frac{1}{3}l \quad \text{ou} \quad u < \frac{1}{3}l.$$

En nous en tenant aux valeurs limites qui correspondent au signe = nous aurons pour les équations donnant les conditions de stabilité

$$(9) \qquad 2\left(2-\frac{3u}{l}\right)\frac{P}{\delta l} = \lambda,$$

$$(10) \qquad \frac{2}{3}\frac{P}{u\delta} = \lambda.$$

En remplaçant dans les formules (9) et (10) les quantités u, l et P par leurs valeurs respectives en fonction de la hauteur du mur, de son épaisseur réduite et de l'inclinaison des parements, on reconnaît :

1° Que le profil offrant la plus petite épaisseur réduite, tout en satisfaisant aux conditions de stabilité, est celui dont le parement est vertical du côté de l'eau et présente un fruit du côté opposé.

2° Que lorsque la hauteur augmente, l'épaisseur réduite

Digitized by Google

augmente moins rapidement, en sorte qu'un profil construit avec un parement vertical du côté de l'eau et un fruit du côté opposé, combiné de manière à satisfaire à la condition limite de stabilité pour sa base, présenterait un excès de stabilité sur le surplus de la hauteur. Un mur satisfaisant aux conditions limites sur toute sa hauteur, présenterait donc, avec un parement vertical du côté de l'eau, une courbe concave du côté opposé.

Supposons pour un instant cette courbe construite et soit ACNB (*fig.* 8) le profil déterminé par la condition que pour chaque tranche horizontale MN, la pression soit égale à la limite R′ que l'on ne veut pas dépasser.

Ce profil aurait une résistance suffisante, si le réservoir devait être toujours plein, mais il faut encore que le réservoir étant vide, la pression provenant du propre poids du mur ne dépasse sur aucun point la limite R′. On est assuré que cette pression ne sera pas dépassée pour le parement CNB ; en effet, les développements dans lesquels nous venons d'entrer plus haut, font voir que l'effet de la poussée est de rapprocher de ce parement la composante verticale égale au poids du mur ; il restera à vérifier si la limite R′ n'est atteinte pour aucun des points du parement CMA. Il suffit de se reporter aux calculs que nous venons de faire sur la stabilité des murs n'ayant à supporter que leur propre poids pour pressentir que cette limite sera bientôt dépassée pour peu que le mur soit un peu élevé. Il faudra alors, à partir du point M où la limite R′ sera atteinte, donner au parement intérieur du mur un empâtement et le profiler suivant une courbe MLS ; à partir de la section MN, les deux courbes NPB, MLS, devront être déterminées par la condition que pour toute section horizontale LP, la pression au point P, le réservoir étant plein, soit égale à R′, et la pression au point L soit égale à la même limite, le réservoir étant vide.

Il resterait maintenant pour résoudre complétement la

Digitized by Google

question, à déterminer exactement les deux courbes CNB, MLS, c'est ce que nous allons tâcher de faire.

Prenons pour axe des x (*fig.* 9) le parement vertical AB du mur et pour axe des y la perpendiculaire Ay à ce parement passant par le sommet, soit M un point quelconque de la courbe. Posons : BM $= y$, MC $= x$, le problème à résoudre est de chercher une relation entre x et y qui sera l'équation de la courbe.

Nous continuons toujours à considérer une section du mur ayant pour dimension l'unité de longueur dans le sens perpendiculaire à la figure. Ce mur est soumis à deux forces : son poids P et la poussée F. Ces deux forces sont représentées par les expressions suivantes :

$$P = \delta' \int_0^y y\,dx,$$

$$F = \frac{\delta x^2}{2}.$$

La courbe ANL doit être déterminée par la condition que la pression en M par unité superficielle soit égale à la limite $\lambda\delta'$ que l'on ne veut pas dépasser. Cette condition est exprimée suivant les cas par une des équations (9) et (10).

On a $l = y$ et il reste à déterminer en fonction de x et de y la quantité $u =$ EM. Or :

$$EM = KM - KE.$$

Les deux triangles semblables OKE, OPR donnent :

$$\frac{KE}{PR} = \frac{OK}{OP}, \quad \text{ou} \quad \frac{KE}{F} = \frac{x}{3P}.$$

D'où l'on déduit en remplaçant F et P par leurs valeurs et en faisant pour abréger $\frac{\delta}{\delta'} = \theta$.

$$KE = \frac{\theta x^3}{6\int_0^y y\,dx},$$

Digitized by Google

D'un autre côté on a :

$$KM = y - BK.$$

BK est la distance du centre de gravité de l'aire ABMN à l'axe Ax ; cette distance s'obtiendra en exprimant que le moment de l'aire totale par rapport à cet axe est égale à la somme des moments des aires élémentaires telles que *abcd*.

$$BK \int_0^y y dx = \int_0^y \frac{y^2 dx}{2} = \frac{1}{2} \int_0^y y^2 dx.$$

D'où :

$$BK = \frac{\int_0^y y^2 dx}{2 \int_0^y y dx},$$

Par suite :

$$KM = y - BK = \frac{2y \int_0^y y^2 dx - \int_0^y y^2 dx}{2 \int_0^y y dx},$$

Et :

$$u = \frac{6y \int_0^y y dx - 3 \int_0^y y^2 dx - 6x^3}{6 \int_0^y y dx}.$$

Cette valeur de u reportée dans l'équation (9) donne :

$$(11) \qquad 3 \int_0^y y^2 dx - 2y \int_0^y y dx - \lambda y^2 + 6x^3 = 0.$$

La même valeur de u reportée dans l'équation (10) donnerait :

$$(12) \quad 4 \left(\int_0^y y dx \right)^2 - 6\lambda y \int_0^y y dx + 3\lambda \int_0^y y^2 dx + \lambda 6x^3 = 0.$$

Nous avons cherché à intégrer les formules (11) et (12)

Digitized by Google

mais nous n'avons pu y parvenir par une méthode exacte, il nous a seulement été possible d'obtenir y développé en série en fonction de x, la série qui convient à l'équation 11 est de la forme :

$$y = ax^{\frac{3}{2}} + bx^{\frac{5}{2}} + cx^{\frac{7}{2}} + dx^{\frac{9}{2}} + \text{etc.}$$

Celle qui convient à l'équation 12 est de la forme :

$$y = ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + \text{etc.}$$

Nous avions calculé les coefficients des premiers termes en admettant pour θ et λ les valeurs :

$$\theta = \frac{1}{2}, \quad \lambda = 30.$$

Mais il nous a paru inutile de reproduire ici ces calculs; les formules ci-dessus ne peuvent, en effet, être d'aucune utilité pour arriver à déterminer un profil pratique; elles ne conviennent qu'à la portion CN de la courbe intérieure de la figure 8 et les calculs auxquels on serait conduit pour déterminer les deux courbes NPB, MLS de la partie inférieure du profil sont tout à fait impraticables même en ayant recours aux méthodes approchées.

6. *Conditions auxquelles doivent satisfaire dans la pratique les profils de barrages.* — On évitera les difficultés de l'intégration et l'on résoudra d'une manière suffisamment approchée pour la pratique le problème de la recherche du profil d'égale résistance en remplaçant les courbes CNB, MLS de la *fig.* 8 par les contours polygonaux C$b'b''$N$n'n''$B, M$m'm''$S de la figure 10 calculés par la condition que pour chaque tranche horizontale telle que $n'm'$ passant par les sommets correspondants des polygones formant le profil du parement, les pressions par unité superficielle en n' et m' suivant que le réservoir est plein ou vide, soient égales à la limite R'. Ces contours différeront d'autant moins des

Digitized by Google

courbes correspondant à la solution exacte que la hauteur des tranches horizontales telles que $c'b'$, $c''b''$, dans lesquelles on suppose le barrage décomposé, sera plus faible. Cette solution ne présente pas de difficulté comme on le verra plus bas.

Mais avant d'aller plus loin il importe de remarquer que si le profil de la *fig.* 8 supposé calculé d'une manière exacte suffirait théoriquement pour résister à la charge d'eau qu'il aurait à supporter, on ne saurait admettre dans la pratique une épaisseur nulle au sommet. Il faut, en effet, que la maçonnerie de la partie supérieure du barrage puisse résister à l'action destructive des vagues, et d'un autre côté, il est utile que le couronnement puisse servir de passage pour les voitures ou au moins pour les piétons.

Ces considérations conduisent à remplacer le profil de la *fig.* 8 par celui de la *fig.* 11 dans lequel le barrage présente à sa partie supérieure une portion de mur à parements verticaux CDBA et sur le surplus de la hauteur la forme du profil d'égale résistance. Dans la partie CDBA les maçonneries seraient soumises à des pressions inférieures à la limite R'. La marche à suivre pour calculer le profil de la *fig.* 11 serait analogue à celle employée pour calculer le profil de la figure 10. Seulement la largeur CD au sommet du barrage étant déterminée, il faudra commencer par calculer la hauteur AD par la condition que la pression par unité superficielle au point A, le barrage étant plein, soit égale à la limite R'.

Cette hauteur se calcule très-facilement par la méthode suivante :

Soit : $CD = a$ (*fig.* 12) la largeur que l'on choisit pour le couronnement du barrage, et soit :

$DA = x$ la hauteur à calculer.

Le réservoir étant plein, la partie supérieure CDBA du barrage est soumise à deux forces, son poids P et la poussée F, ces deux forces donnent lieu à une résultante R coupant

Digitized by Google

la base BA au point E ; cette résultante se décompose en deux en ce point, une force horizontale qui tend à produire le glissement de la partie CDBA du barrage suivant le plan BA, et dont nous nous occuperons plus loin, et une force verticale égale à P ; cette dernière force se répartit sur la base AB suivant une loi que nous avons indiquée plus haut. En exprimant que la pression au point A est égale à la limite $R' = \lambda\delta'$ que l'on ne doit pas dépasser, on aura mis le problème en équation ; on tombera ainsi sur l'une des égalités (9) et (10) trouvées plus haut en résolvant une question analogue.

$$(9) \qquad 2\left(2 - \frac{3u}{l}\right)\frac{P}{\delta l} = \lambda,$$

$$(10) \qquad \frac{2}{3}\frac{P}{u\delta'} = \lambda.$$

Il reste à remplacer dans ces équations la quantité $u = AE$ en fonction des longueurs a et x.

Or on a d'une part :

$$AE = KA - EK = \frac{a}{2} - EK,$$

et d'autre part :

$$KE = \frac{OK \times PR}{OP} = \frac{x \times F}{3P}.$$

D'ailleurs :

$$P = ax\delta',$$

et

$$F = \frac{x^2\delta}{2}.$$

Donc :

$$KE = \frac{x^2\delta}{6a\delta'},$$

et par suite :

$$(13) \qquad u = \frac{a}{2} - \frac{x^2\delta}{6a\delta'} = \frac{1}{6a}(3a^2 - 6x^2).$$

Cette valeur étant reportée dans les équations (9) et (10),

Digitized by Google

on en déduira pour les équations liant entre elles les quantités a et x, en remarquant que $l = a$:

$$6x^3 + a^2x - a^3\lambda = 0, \tag{14}$$

$$6\lambda x^3 + 4a^2x - 3\lambda a^3 = 0. \tag{15}$$

On devra faire usage de l'équation (14) ou de l'équation (15) suivant que u sera plus grand ou plus petit que $\frac{a}{3}$ ou, ce qui revient au même, comme on peut le voir en se reportant à la valeur de u donnée ci-dessus, suivant que x^2 sera plus grand ou plus petit que $\frac{a^2}{6}$.

La partie supérieure du profil étant déterminée comme nous venons de l'indiquer, les deux autres parties ANT, BMS (*fig.* 11) se calculeraient, en suivant la marche indiquée plus haut dans le profil de la figure 8.

On éviterait les difficultés d'intégration en remplaçant les courbes ANT, BMS par des lignes polygonales ainsi qu'il est indiqué sur la figure 13 et l'on approcherait d'autant plus du profil d'égale résistance que la hauteur des tranches horizontales telles que $m'n'$, $m''n''$ dans lesquelles on suppose le barrage décomposé serait plus faible.

Le calcul de ce profil n'offre aucune difficulté, il est seulement très-long. Nous donnerons plus bas les formules auxquelles on est conduit.

7. *Détermination d'un profil pratique.* — La question importante dans l'établissement d'un barrage est de n'admettre sur aucun point de la construction des pressions dépassant la limite R', mais il est clair qu'il n'est pas indispensable que cette pression soit atteinte sur tous les points et que l'on peut admettre des profils s'écartant légèrement de celui d'égale résistance s'ils présentent d'autres avantages.

On voit tout de suite que l'exécution de parements tels

Digitized by Google

que ceux du profil de la figure 13 offrirait quelques difficultés et que les changements nombreux d'inclinaison qu'ils présentent ne produiraient pas un effet très-heureux. On arrivera à une forme plus pratique en diminuant le nombre des tranches dans lesquelles on suppose le mur décomposé.

Cette considération conduit à calculer un profil de la forme de celui de la *fig.* 14.

La marche à suivre pour ce calcul sera d'ailleurs la même quelle que soit la hauteur donnée aux tranches horizontales et s'appliquera avec de très-légères modifications à la détermination du profil d'égale résistance par la méthode approchée.

Le profil de la *fig.* 14 se divise naturellement comme le profil d'égale résistance de la *fig.* 10 en deux parties distinctes ; l'une CDAB dans laquelle le parement d'amont est vertical ; l'autre AB, A'B' qui présente des parements inclinés des deux côtés. Il est nécessaire de faire passer un des plans horizontaux, partageant le profil en tranches, par le point B, à partir duquel le parement intérieur doit présenter un fruit ; la première chose à calculer est donc la hauteur CB. Dans cette détermination nous supposerons d'abord que le parement extérieur présente un fruit unique de D en A comme dans la *fig.* 15 ; le problème se mettra en équation en exprimant que le réservoir étant plein, la pression par unité superficielle en A soit égale à la limite R' et que le réservoir étant vide, la pression en B soit égale à la même limite R'.

En désignant par P le poids de la partie CDBA du mur, par F la poussée et par u la distance AE, l'équation qui servira à exprimer les conditions ci-dessus sera l'une des suivantes :

$$2\left(2-\frac{3u}{l}\right)\frac{P}{\delta' l}=\lambda, \tag{9}$$

$$\frac{2}{3}\frac{P}{u\delta'}=\lambda. \tag{10}$$

Digitized by Google

suivant que l'on aura :

$$u > \frac{l}{3}, \quad \text{ou} \quad u < \frac{l}{3}.$$

Il reste à exprimer les quantités P et u en fonction des données de la question.

Soient

$$CD = a,$$
$$CB = z, \quad \text{et} \quad AV = x.$$

On aura d'abord :

$$P = \left(\frac{2a+x}{2}\right)\delta' z, \quad F = \frac{z^2\delta}{2},$$
$$l = a + x,$$
$$u = AE = KA - KE.$$

Or on a :

$$KE = OK \times \frac{F}{P} = \frac{z^2\delta}{3(2a+x)\delta'} = \frac{z^2\theta}{3(2a+x)}.$$

On obtiendra KA en exprimant que le moment du poids total de la figure CBAD, par rapport au point A, est égal à la somme des moments des deux parties BCDV, DVA dans lesquelles elle se décompose.

$$KA \times \frac{(2a+x)z\delta'}{2} = \frac{(2x+a)az\delta'}{2} + \frac{zx^2\delta'}{3},$$

d'où l'on tire :

$$KA = \frac{2x(x+3a)+3a^2}{3(2a+x)},$$

et, par suite,

$$u = \frac{2x(x+3a)-\theta z^2+3a^2}{3(2a+x)}.$$

Cette valeur de u étant reportée successivement dans les équations (9) et (10), nous donne les deux suivantes :

(16) $\quad \theta z^3 - \lambda x^2 - 2a\lambda x + a^2 z - \lambda a^2 = 0,$

(17) $\quad x^2 z - 2\lambda x^2 + 4axz + \theta\lambda z^2 - 6a\lambda x + 4a^2 z - 3a^2\lambda = 0.$

Digitized by Google

On devra faire usage de l'équation (16) ou de l'équation 17), selon que l'on aura :

$$u > \frac{l}{3}, \quad \text{ou} \quad u < \frac{l}{3}.$$

Nous n'avons jusqu'à présent qu'une seule équation entre les inconnues x et z, mais nous en obtiendrons une seconde en exprimant que la pression par unité superficielle au point B, le réservoir étant vide, est égale à la limite R'. Cette condition sera toujours donnée par les relations (9) et (10), seulement la quantité u ne sera plus la même; la poussée de l'eau n'existant plus, la force verticale P agit dans la position OP, et l'on a $u = \text{BK}$.

Cette quantité se déduit immédiatement des calculs qui précèdent; on a, en effet :

$$u = \text{BK} = \text{AB} - \text{AK} = \frac{x(x+3a)+3a^2}{3(2a+x)}.$$

La valeur qui précède étant reportée dans les expressions (9) et (10) donne les deux équations :

$$(18) \quad x^2z - \lambda x^2 + 3axz - 2a\lambda x + a^2z - \lambda a^2 = 0,$$

$$(19) \quad x^2z - \lambda x^2 + 4axz - 3a\lambda x + 4a^2z - 3a^2\lambda = 0.$$

Les valeurs de x et de z se détermineront dans chaque cas particulier en combinant l'une des équations (16) et (17) avec l'une des équations (18) et (19). Cette détermination exigera quelques tâtonnements, attendu que la valeur de u étant fonction des inconnues on ne pourra pas savoir d'une manière précise *à priori* quelle est celle des équations qu'il faudra choisir; on sera obligé de faire une hypothèse sur le rapport de la valeur de u à celle de $\frac{l}{3}$. Les deux équations que l'on aura choisies par suite de cette hypothèse étant résolues, on vérifiera si la supposition faite est exacte,

Digitized by Google

et, si elle ne l'est pas, on prendra celles des équations qui conviendront aux valeurs trouvées pour u et pour z qui, tout en étant inexactes, seront cependant assez approchées pour permettre de bien choisir les équations qui détermineront les véritables valeurs.

Les équations (16), (17), (18) et (19) étant du troisième degré, en combinant deux d'entre elles, on sera conduit à résoudre une équation du sixième degré. Cette résolution ne présentera aucune difficulté dans la pratique, les équations que l'on aura à traiter étant numériques.

Si l'on suppose, par exemple, que les deux valeurs de u, AE et BK soient plus petites que $\frac{BA}{3} = \frac{l}{3}$, il faudra combiner les équations (17) et (19).

L'équation (19) étant du premier degré en z, on en tirera la valeur de cette inconnue en fonction de x, et en la reportant dans l'équation (17) on obtiendra l'équation finale suivante :

$$(20)\quad x^6 + 11ax^5 + (48a^2 - \lambda^2\theta)x^4 + 2a(52a^2 - 3\theta\lambda^2)x^3 + \\ + a^2(112a^2 - 150\lambda^2)x^2 + 6a^3(8a^2 - 30\lambda^2)x - 9a^4\lambda^2\theta = 0.$$

Les valeurs de x et de z étant trouvées, la portion CDBA du barrage construite au moyen de ces valeurs jouit de la propriété que les pressions par unité superficielle aux points A et B, suivant que le réservoir est plein ou vide, sont égales à la limite R', et l'on est en même temps assuré, ainsi qu'on l'a vu à l'article relatif à la détermination du profil d'égale résistance que la pression en un point a quelconque du parement DA est plus faible que la limite R'.

Il sera très-facile de vérifier quelle est la pression supportée par un point quelconque du parement DA; s'il arrivait que sur certains points la différence entre cette pression et la limite R' fut assez considérable, il pourrait y avoir un avantage marqué à subdiviser la hauteur CD en deux et à calculer un profil de la forme de celui de la figure 16. Ce

Digitized by Google

calcul ne présenterait pas de difficulté, il se ferait en suivant la marche qui vient d'être indiquée.

Dans ce cas, pour la partie supérieure CDMN du profil, la hauteur CM est donnée; la seule inconnue est $V'N = x$, et en effet, comme la pression en M, le réservoir étant vide, est nécessairement plus petite que R', on n'a plus qu'une seule équation pour déterminer x, et c'est évidemment l'une des équations (16) et (17), dans laquelle on remplacera l'inconnue z par la valeur h choisie pour la hauteur CM.

La valeur de x sera donc donnée par l'une des équations suivantes :

$$(21) \qquad \lambda x^3 + 2a\lambda x + \lambda a^2 - 6h^2 - a^2 h = 0,$$

$$(22) \qquad (2\lambda - h)x^3 + 2a(3\lambda - 2h)x + 3a^2\lambda - 4a^2 h - 6\lambda h^2 = 0.$$

La partie MNBA du profil se déterminera en employant une méthode analogue à celle suivie pour le calcul du profil de la figure 15; on prendra pour inconnue la hauteur $MB = z$ et $NA = x$.

Les équations du problème seront toujours les relations (9) et (10), dans lesquelles on exprimera les quantités P, l et u en fonction des données de la question.

En représentant par s la surface de la partie supérieure MCDN du profil, par β la distance NG de la verticale passant par le centre de gravité de cette partie au point N, et par b la longueur MN. On aura :

$$P = s\delta' + bz\delta' + \frac{zx\delta'}{2} = \left(\frac{2s + 2bz + zx}{2}\right)\delta',$$

$$F = \frac{(h+z)^2\delta}{2},$$

$$l = b + x,$$

$$u = AE = x + VK - KE,$$

Digitized by Google

KE sera donné immédiatement par la relation

$$KE = OK \times \frac{F}{P} = \frac{(h+z)^3\delta}{3(2s+2bz+zx)\delta'} = \frac{(h+z)^3\theta}{3(2s+2bz+zx)}.$$

On obtiendra VK en exprimant que le moment de la résultante P des forces verticales par rapport au point N est égal à la somme des moments des composantes par rapport au même point.

$$P \times VK = \beta s\delta' + bz\delta' \times \frac{b}{2} - \frac{zx\delta'}{2} \times \frac{x}{3},$$

d'où l'on tire en remplaçant P par sa valeur :

$$VK = \frac{6\beta s + 3b^2z - zx^2}{3(2s+2bz+zx)}.$$

Et par suite l'équation $u = x + VK - KE$ donne :

$$u = \frac{3x(2s+2bz+zx) + 6\beta s + 3b^2z - zx^2 - (h+z)^3\theta}{3(2s+2bz+zx)}.$$

En reportant les valeurs de P, l et u dans les relations (9) et (10), on obtiendra les équations suivantes :

$$(23)\quad \theta z^3 - \lambda x^3 + 3h\theta x^2 - 2(s+\lambda b)x + (b^2+3h^2\theta)z + 4bs - 6\beta s + \theta h^3 - \lambda b^2 = 0.$$

$$(24)\quad z^2x^2 - 2\lambda zx^2 + 4bz^2x + \theta\lambda z^3 + 2(2s - 3\lambda b)zx + (4b^2 + 3h\theta\lambda)z^2 - 6\lambda sx + (8bs + 3h^2\theta\lambda - 3\lambda b^2)z + 4s^2 - 6\lambda 6s + \theta\lambda h^3 = 0.$$

On devra faire usage de la première ou de la seconde de ces équations, suivant que u sera plus grand ou plus petit que $\frac{b+x}{3}$.

On obtiendra une seconde équation entre x et z en exprimant que la pression par unité superficielle au point B est

Digitized by Google

égale à la limite R' lorsque le réservoir est vide. Les relations (9) et (10) seront toujours les équations du problème.

La valeur de u sera alors égale à BK, et cette quantité s'obtiendra en fonction des données de la question en exprimant que le moment du poids total P par rapport au point B est égal à la somme des moments des composantes de ce poids.

$$\mathrm{BK} \times \mathrm{P} = \delta' s(b - \beta) + bz\delta' \times \frac{b}{2} + \frac{xz\delta'}{2}\left(b + \frac{x}{3}\right).$$

d'où l'on déduit, en remplaçant P par sa valeur et en posant pour abréger $b - \beta = \alpha$:

$$u = \frac{6\alpha s + 3b^2 z + 3bzx + zx^2}{3(2s + 2bz + zx)}.$$

Cette expression étant reportée en même temps que les valeurs de P et l dans les relations (9) et (10), donne les équations :

$$(25)\quad zx^2 - \lambda x^2 + 3bzx + 2(2s - \lambda b)x + b^2 z + 4sb - 6\alpha s - \lambda b^2 = 0,$$

$$(26)\quad z^2x^2 - \lambda zx^2 + 4bz^2x + (4s - 3\lambda b)zx + 4b^2z^2 + (8bs - 3\lambda b^2)z + 4s^2 - 6\lambda\alpha s = 0.$$

On aura recours à l'équation (25) ou à l'équation (26), suivant que x sera plus grand ou plus petit que $\frac{b+x}{3}$.

En combinant l'une des équations (23) et (24) avec l'une des équations (25) et (26), on obtiendra les valeurs de x et de z. Les calculs à effectuer sont assez longs, mais ils ne présentent pas de difficulté sérieuse. L'élimination se fait très-simplement, car de quelque manière que l'on combine entre elles les équations on en aura toujours au moins une du second degré par rapport à l'une des inconnues.

La partie supérieure CDBA, dans laquelle le parement

Digitized by Google

intérieur est vertical, étant déterminée par les considérations qui précèdent, il faut rechercher les dimensions à adopter pour la partie inférieure AB, A'B' (*fig.* 14) dans laquelle le mur présente un fruit sur les deux parements.

On supposera cette partie du mur décomposée en un nombre de tranches plus ou moins considérable suivant que la hauteur en sera plus ou moins grande. Soit AB, A'B' (*fig.* 17) la tranche dont il s'agit de déterminer les dimensions.

La hauteur de cette tranche est choisie d'avance; désignons-la par h' et prenons pour inconnues les distances $A'L = x$, $B'H = y$. Les inconnues se détermineront comme pour les questions qui viennent d'être traitées en exprimant que les pressions en A' et en B' suivant que le réservoir est plein ou vide, sont égales à la limite R'. Les équations du problème seront toujours les relations (9) et (10) :

$$(9) \qquad 2\left(2-\frac{3u}{l}\right)\frac{P}{\delta' l}=\lambda,$$

$$(10) \qquad \frac{2}{3}\frac{P}{u\delta'}=\lambda,$$

dans lesquelles il restera à remplacer le poids P et les quantités $l = A'B'$, $u = A'E$ par leurs valeurs en fonction des données de la question.

Les calculs se font en suivant la marche qui a été développée. On a d'abord :

Digitized by Google

$$P = s\delta' + bh'\delta' + \frac{h'x\delta'}{2} + \frac{h'y\delta'}{2} + \left(\frac{2h+h'}{2}\right) y\delta =$$
$$= \frac{2(s+bh')\delta' + h'(x+y)\delta' + (2h+h')y\delta}{2},$$

$$F = \left(\frac{h+h'}{2}\right)^2 \delta,$$

$$l = b + x + y,$$

$$u = A'E = x + LK - KE,$$

$$KE = OK \times \frac{F}{P} = \frac{(h+h')^3\delta}{3[2(s+bh') + h'(x+y)\delta' + (2h+h')y\delta]} =$$
$$= \frac{(h+h')^3\theta}{3[2(s+bh') + h'(x+y) + (2h+h')y\theta]}.$$

La valeur de LK s'obtient en exprimant que le moment par rapport au point A du poids total P qui comprend celui de la tranche liquide pesant sur la partie inclinée BB' de parement intérieur, est égal à la somme des moments des composantes de cette force.

$$= \frac{12s\beta\delta' + 6b^2h'\delta' + 2h'y\delta'(y+3b) + 3(2h+h')(y+2b)y\delta - 2h'\delta'x^2}{6[2(s+bh')\delta' + h'(x+y)\delta' + (2h+h')y\delta]} =$$
$$= \frac{12s\beta + 6b^2h' + 2h'y(y+3b) + 3(2h+h')(y+2b)y\theta - 2h'x^2}{6[2(s+bh') + h'(x+y) + (2h+h')y\theta]}.$$

On déduit immédiatement de ces expressions la valeur de u.

$$= \frac{6x[2(s+bh') + h'(x+y) + (2h+h')y\theta] + 12s\beta + 6b^2h' + 2h'y(y+3b) + 3(2h+h')(y+2b)y\theta - 2h'x^2 - 2\theta(h+h')^3}{6[2(s+bh') + h'(x+y) + (2h+h')y\theta]}.$$

Cette valeur de u devra être reportée dans l'équation (9) ou dans l'équation (10) suivant que u sera plus grand ou plus petit que $\frac{l}{3}$.

On obtiendra ainsi une des deux équations suivantes (28) et (29) en ayant soin de poser pour abréger les écritures :

Digitized by Google

$$(27)\qquad \begin{cases} s + bh' = \sigma, \\ s\beta + \dfrac{b^2h'}{2} = \mu, \\ h + h' = \mathrm{H}, \\ 2h + h' = \mathrm{H}'. \end{cases}$$

$$(28)\qquad \left.\begin{array}{|c|c|c|c|c|} 2\lambda & y^2 + 4\lambda & xy+y+2\lambda & x^2 + 4b\lambda & y + 4b\lambda & x + 2b^2\lambda \\ -\mathrm{H}'\theta & +2\mathrm{H}'\theta & & +2b\mathrm{H}'\theta & -4bh' & -8b\sigma \\ -2h' & -2h' & & +2bh' & +4\sigma & -2\mathrm{H}^2\theta \\ & & & -8\sigma & & +12\mu \end{array}\right\} = 0$$

$$(29)\qquad \left.\begin{array}{|c|c|c|c|c|} 2h'\lambda & y^2 + 6h'\lambda & xy + 4h'\lambda & x^2 + 6bh'\lambda & y + 12\lambda\sigma & x + 12\lambda\mu \\ +3\mathrm{H}'\lambda\theta & +6\mathrm{H}'\lambda\theta & -2h'^2 & +6b\mathrm{H}'\lambda\theta & -8h'\sigma & -2\mathrm{H}^2\lambda\theta \\ -2\mathrm{H}'^2\theta^2 & -4\mathrm{H}'h'\theta & & -8\mathrm{H}'\theta\sigma & & -8\sigma^2 \\ -4\mathrm{H}'h'\theta & -4h'^2 & & -8h'\sigma & & \\ -2h'^2 & & & & & \end{array}\right\} = 0$$

Il reste à exprimer que la pression par unité superficielle au point B′, le réservoir étant vide, est égale à la limite R′.

La valeur de u est alors égale à $\mathrm{B'K'} = y + \mathrm{HK'}$ et l'on obtient la valeur de HK′ en écrivant que le moment du poids total par rapport au point B est égal à la somme des moments des composantes de ce poids par rapport au même point.

La pression de l'eau n'existant plus, la valeur de P est alors:

$$\mathrm{P} = \frac{2(s + bh')\delta' + h(x + y)\delta'}{2} = \frac{(2\sigma + h'x + h'y)\delta'}{2}.$$

Et l'on trouve :

$$u = \frac{2h'y^2 + 3h'xy + h'x^2 + 6\sigma y + 3bh'x + 6\mu'}{3(h'y + h'x + 2\sigma)},$$

en posant :

$$s\alpha + \frac{b^2h'}{2} = \mu'.$$

Cette valeur de u étant reportée dans les relations (9) et (10), donne les deux équations suivantes (30) et (31) :

Digitized by Google

$$(30)\quad \left.\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\lambda y^2+2\lambda & xy+\lambda & x^2+2b\lambda & y+2b\lambda & x+\lambda b^2 \\ -h' & -h' & -2bh' & +bh' & +6\mu' \\ & & +2\sigma & -4\sigma & -4\sigma b\end{array}\right\}=0$$

$$(31)\quad \left.\begin{array}{|c|c|c|c|c|}2h'\lambda & y^2+3h'\lambda & xy+h'\lambda & x^2+6\lambda\sigma & y+3bh'\lambda & x+6\mu'\lambda \\ -h'^2 & -2h'^2 & -h'^2 & -4h'\sigma & -4h'\sigma & -4\sigma^2\end{array}\right\}=0$$

On fera usage de l'équation (30) ou de l'équation (31) suivant que u sera plus grand ou plus petit que $\frac{l}{3}$.

Les valeurs de x et de y s'obtiennent en combinant l'une des équations (28) et (29) avec l'une des équations (30) et (31) : ces équations étant du second degré en x et en y, l'élimination ne présente pas de difficultés, les coefficients assez compliqués des différents termes étant, dans chaque cas particulier, remplacés par des nombres.

Le choix des équations qui conviendront à la question pourra donner lieu à des tâtonnements, ainsi que nous l'avons déjà expliqué plus haut; puisque la valeur du rapport de u à $\frac{l}{3}$ qui sert à déterminer ce choix est fonction des inconnues. On sera obligé de faire des hypothèses sur les valeurs de ce rapport et les équations que l'on aura choisies étant résolues, on vérifiera si les suppositions faites sont exactes; si cette vérification ne réussit pas, on choisira les équations en partant des valeurs du rapport de u à $\frac{l}{3}$ calculées avec les valeurs trouvées pour x et pour y qui seront suffisamment approchées pour permettre de suivre les indications données par ce rapport.

La première tranche AB$m'n'$ de la partie inférieure ABA'B' du profil (*fig.* 14) étant déterminée, les dimensions de la deuxième tranche $m'n'$A'B' se calculeront de la même manière au moyen des équations qui viennent d'être trouvées en ayant soin de leur faire subir les modifications indiquées ci-après :

Digitized by Google

$s\delta'$ représentant dans les calculs le poids total de la partie du barrage située au-dessus de la tranche que l'on considère, il y aura lieu de tenir compte du poids de la colonne d'eau qui pèse sur le parement $B'm'$, poids qui est égal à $s''\delta$ en représentant par s'' la section verticale $c'cBm'$ de cette colonne; dans le cas qui nous occupe on a :

$$s'' = \left(h + \frac{h'}{2}\right) y_1,$$

en désignant par y_1 la valeur de $m'm''$ de y qui vient d'être déterminée.

Le poids de la partie du barrage située au-dessus de la tranche considérée sera dès lors :

$$s'\delta' + s''\delta,$$

s' représentant la surface $cBm'n'AD$.

On devra donc mettre cette quantité à la place de $s\delta'$ dans les équations 28, 29, 30 et 31 en posant :

$$s\delta' = s'\delta' + s''\delta,$$

d'où

$$s = s' + s''\theta.$$

Mais là ne se borneront pas les modifications à faire subir à ces formules; le moment du poids $s\delta'$ par rapport au point n' devra être changé : en effet, il faudra tenir compte du moment du poids $s''\delta$ de l'eau; en désignant par β' la distance du centre de gravité de la surface s'' au point n', on devra poser :

$$s\delta'\beta = s'\delta'\beta + s''\delta\beta'$$

ou

$$s\beta = s'\beta + s''\theta\beta'.$$

En remplaçant dans les formules 28, 29, 30 et 31, s et $s\beta$ par les valeurs qui viennent d'être déterminées, elles

Digitized by Google

s'appliqueront parfaitement à la détermination des dimensions de la tranche Am'n'B et en général au calcul d'une tranche quelconque, connaissant les précédentes si l'on a jugé à propos de les multiplier.

8. *Détermination par une méthode approchée du profil d'égale résistance.* — Le profil à adopter dans la pratique se divise, comme nous l'avons vu plus haut, en trois parties. La première partie CDBA (*fig.* 13) a ses parements verticaux tant à l'intérieur qu'à l'extérieur; la seconde partie ABMN présente un parement vertical du côté de l'eau et un parement incliné à l'extérieur; enfin la troisième partie MNST a des parements inclinés des deux côtés.

Nous avons vu comment se détermine la partie CDBA, nous n'avons pas à y revenir. Nous supposerons au-dessous du plan horizontal BA le barrage partagé en tranches d'égale hauteur, et la question sera de calculer pour chaque tranche les projections telles que $b'b''$, Nn, $n'n''$ des éléments de parement sur le plan horizontal inférieur qui lui sert de base.

Voyons d'abord comment se déterminera une tranche quelconque AB, $c'b'$ de la partie BAMN. La hauteur de cette tranche est connue, nous la représenterons par h'.

Le problème se résoudra immédiatement en se reportant à la détermination de la partie MNBA de la *fig.* 14 qui a été développée ci-dessus (page 58).

Il suffira de remplacer dans les équations (23) et (24) la hauteur inconnue z par h', et l'on obtiendra ainsi les équations suivantes :

$$(32)\quad \lambda x^2 + 2(\lambda b + s)x + \lambda b^2 + 6\mu - 4b\sigma - 6H^2 = 0,$$

$$(33)\quad (2\lambda h' - h'^2)x^2 + 2\sigma(3\lambda - 2h')x + 6\mu\lambda - 4s^2 - 6\lambda H^2 = 0.$$

En ayant soin de poser comme on l'a fait plus haut :

Digitized by Google

$$(34)\qquad \begin{cases} s + bh' = \sigma, \\ s\beta + \dfrac{b^2 h'}{2} = \mu, \\ h + h' = \mathrm{H}. \end{cases}$$

Ces équations s'obtiendraient d'ailleurs directement en suivant la marche indiquée pour trouver les équations (23) et (24).

On se servira de la première ou de la seconde, suivant que u sera plus grand ou plus petit que $\frac{b+x}{3}$.

Les formules qui précèdent serviront à calculer successivement toutes les tranches de la partie BAMN du profil (*fig.* 13); après avoir déterminé chacune d'elles, il faut vérifier si la pression aux points c', M du parement intérieur est inférieure à la limite R'; dès que cette limite est dépassée, il est nécessaire d'adopter un fruit sur les deux parements, et l'on passe à la détermination de la dernière partie MNST du profil de la *fig.* 13.

Ce problème a été résolu plus haut à propos de la détermination de la partie inférieure du profil de la *fig.* 17. Les formules à employer sont les équations (28), (29), (30) et (31).

9. M. de Sazilly, dans le mémoire publié en 1853 dans les *Annales des ponts et chaussées*, sur les murs des réservoirs d'eau, a adopté un profil un peu différent de celui de la *fig.* 13 pour le calcul d'un mur dont la forme s'éloigne peu de celui d'égale résistance. Cet ingénieur, au lieu de supposer les parements du mur formés de surfaces inclinées successives, a admis qu'ils devaient se composer d'un système de parements verticaux de peu de hauteur séparés par des gradins ou des retraites, ainsi qu'il est indiqué sur la *fig.* 18.

On calcule le profil par la condition que la pression exercée sur chacune des arêtes rentrantes du parement ex-

Digitized by Google

térieur, lorsque le réservoir est plein, soit égale à la pression-limite R', et que cette limite soit atteinte sur les arêtes rentrantes du parement intérieur lorsque le réservoir est vide.

La partie supérieure CDBA du profil se détermine exactement de la même manière que pour le profil de la *fig.* 13. La largeur au sommet a et la hauteur $AD = x$ sont liées suivant le cas par l'une des équations (14) et (15) :

$$\theta x^3 + a^2 x - a^2\lambda = 0, \tag{14}$$

$$\theta\lambda x^2 + 4a^2 x - 3\lambda a^2 = 0. \tag{15}$$

Ces équations, pour être mises sous la forme de celles données par M. de Sazilly, doivent être résolues par rapport à a; on trouve ainsi les formules (35) et (36) qui sont bien, sauf les différences de notations, celles rapportées dans le § 8 du mémoire de cet ingénieur.

$$a = x\sqrt{\frac{\theta x}{\lambda - x}}, \tag{35}$$

$$a = x\sqrt{\frac{\theta\lambda}{3\lambda - 4x}}. \tag{36}$$

Les gradins de la seconde partie ABMN du barrage se calculent en suivant la méthode indiquée pour la partie correspondante ABMN du profil de la *fig.* 13. On trouve ainsi les équations suivantes :

$$(\lambda - h')(b + x)^2 + 2(\sigma - bh')(b + x) - \theta H^3 + 6\mu - 6b\sigma + 3b^2h' = 0,$$

$$h'(3\lambda - 4h')x^2 + 2\sigma(3\lambda - 4h')x - 4\sigma^2 + 6\mu\lambda - \theta H^3\lambda = 0.$$

En résolvant ces équations, on obtient les formules suivantes :

Digitized by Google

$$(37)\qquad x+b=-\frac{\sigma-bh'}{\lambda-h'}+\sqrt{\left(\frac{\sigma-bh'}{\lambda-h'}\right)^2+\frac{\theta H^3-6\left(\mu-\sigma b+\frac{1}{2}b^2h'\right)}{\lambda-h'}},$$

$$(38)\qquad x=-\frac{\sigma}{h'}+\sqrt{\left(\frac{\sigma}{h'}\right)^2+\frac{4\sigma^2-\lambda(6\mu-\theta H^3)}{h'(3\lambda-4h')}}.$$

On fera usage de la première ou de la seconde suivant que l'on aura :

$$u=\frac{\mu+\sigma x+\frac{h'x^2}{2}-\frac{\theta H^3}{6}}{\sigma+h'x}<\text{ ou }>\frac{1}{3}(b+x).$$

On déterminera la troisième partie MNST du profil en suivant les procédés employés plus haut pour le profil de la *fig.* 13. Les équations (28), (29), (30) et (31) relatives à ce dernier profil seront remplacées par les suivantes :

$$(39)\quad \left|\begin{array}{cccccc} \lambda & y^2+2\lambda & xy+\lambda & x^2+2b\lambda & y+2b\lambda & x+b'\lambda \\ -h\theta & +2h\theta & -h' & +2bh\theta & -4bh' & -4b\sigma \\ -h' & -2h' & & +2bh' & +2\sigma & -H^3\theta \\ & & & -4\sigma & & +6\mu \end{array}\right| = 0$$

$$(40)\quad \left|\begin{array}{cccccc} 3h'\lambda & y^2+6h'\lambda & xy+3h'\lambda & x^2+6bh'\lambda & y+6\lambda\sigma & x+6\lambda\mu \\ +3h\lambda\theta & +6h\lambda\theta & -4h'^2 & +6bh\lambda\theta & -8h'\sigma & -H^3\lambda\theta \\ -4h^2\theta^2 & -8hh'\theta & & -8h\theta\sigma & & -4\sigma^2 \\ -8hh'\theta & -4h'^2 & & -8h'\sigma & & \\ -4h'^2 & & & & & \end{array}\right| = 0$$

$$(41)\quad \left|\begin{array}{cccccc} \lambda & y^2+2\lambda & xy+\lambda & x^2+2\sigma & y+2b\lambda & x+\lambda b^2 \\ -h' & -2h' & -h' & +2b\lambda & -4\sigma & +6\mu' \\ & & & -4bh' & +2bh' & -4b\sigma \end{array}\right| = 0$$

$$(42)\quad \left|\begin{array}{cccccc} 3h'\lambda & y^2+6h'\lambda & xy+3h'\lambda & x^2+6\lambda\sigma & y+6bh'\lambda & x+6\lambda\mu' \\ -4h'^2 & -8h'^2 & -4h'^2 & -8h'\sigma & -8h'\sigma & -4\sigma^2 \end{array}\right| = 0$$

Digitized by Google

Il faudra, dans l'emploi de ces équations, suivre les indications que nous avons données pour celles qui sont relatives au profil de la *fig.* 13.

Nous avons calculé le profil d'un barrage de 50 mètres de hauteur en partant des formules qui précèdent. On trouvera des détails sur l'application que nous en avons faite dans le troisième chapitre de notre mémoire.

10. *Conditions de stabilité relatives au glissement.* — Le profil d'un barrage étant calculé d'après les considérations qui viennent d'être exposées, il est nécessaire de vérifier si les dimensions en sont suffisantes pour que le mur ne puisse pas glisser horizontalement sur l'une de ses assises ou sur le sol de la fondation.

En désignant par H la hauteur d'une assise au-dessous du sommet, la force qui tend à produire le glissement sur cette assise est égale à la composante horizontale de la poussée de l'eau contre la partie du parement intérieur située au-dessus de cette assise et elle est donnée par l'équation :

$$F = \frac{\delta H^2}{2}.$$

Les résistances qui s'opposent à l'action de cette force sont le frottement des deux assises qui tendent à glisser l'une sur l'autre et la force de cohésion des maçonneries.

Le frottement est proportionnel au poids de la partie supérieure de la construction et la force de cohésion à l'épaisseur du mur.

En représentant par f le cofficient de frottement des maçonneries, par γ la force de cohésion par unité superficielle, par s la surface de la partie du profil située au-dessus de l'assise considérée, et par b l'épaisseur du mur en ce point, la résistance R au glissement sera :

$$R = s\delta' f + \gamma b,$$

Digitized by Google

et il faudra que l'on ait :

$$s\delta' f + \gamma b > \frac{\delta H^2}{2},$$

ou

$$2\frac{(s\delta' f + \gamma b)}{\delta H^2} > 1. \qquad (43)$$

Cette inégalité devra se vérifier pour toutes les sections horizontales du profil en donnant à f et γ les valeurs propres aux matériaux que l'on aura employés.

Elle devra également être vérifiée pour la base des fondations; f et γ représenteraient alors les coefficients qui se rapportent au sol sur lequel la construction est établie.

Il conviendra dans la pratique, pour plus de sûreté, que non-seulement le rapport $\frac{2(s\delta' f + \gamma b)}{\delta H^2}$ soit plus grand que l'unité, mais qu'il ne descende pas au-dessous de la valeur trouvée pour ce rapport dans des murs de réservoir existants qui n'ont pas éprouvé d'avaries.

Nous reviendrons, dans la partie de notre mémoire consacrée aux applications, sur l'usage qu'il faut faire de la formule (43).

Les dimensions du profil à adopter étant déterminées en partant des formules qui ont été établies plus haut et les conditions de stabilité relatives au glissement des assises de maçonnerie les unes sur les autres étant satisfaites, il resterait à vérifier si le sol de la fondation est susceptible de supporter la pression-limite adoptée pour les maçonneries et s'il ne peut pas y avoir glissement du mur sur le terrain qui le supporte. Nous n'avons pas à nous occuper de ces questions pour les barrages à établir dans la Loire-Supérieure, attendu qu'ils seraient tous fondés sur le rocher dont la résistance à l'écrasement dépasse celle des maçonneries et sur lequel la tendance au glissement des maçonneries n'est pas supérieure à celle qui se produit entre deux assises

Digitized by Google

quelconques de la construction. Les précautions à prendre si le terrain était moins résistant seraient, soit de consolider le sol par les procédés employés ordinairement dans les fondations des travaux d'art importants, soit d'arriver à diminuer la pression supportée par le sol en donnant plus de largeur au profil de la base.

CHAPITRE II.

TYPE DE BARRAGE A ADOPTER DANS LES VALLÉES ÉTROITES.

11. *Barrages disposés en forme de voûte.* — Nous ne nous sommes pas occupé dans le premier chapitre de ce mémoire de la longueur des barrages dont nous avons déterminé les dimensions; les profils que nous avons calculés jouissent de la propriété qu'une longueur quelconque de la construction résiste seule par son propre poids à l'action des forces auxquelles elle est soumise. Dans le cas où les vallées à barrer sont étroites et formées d'un sol résistant, il est possible, en donnant aux barrages la forme d'une voûte, de faire en sorte que la poussée soit transmise horizontalement aux flancs de la vallée, et nous devons examiner si cette disposition ne pourrait pas permettre dans certains cas de réduire les dimensions du profil à adopter.

Il est facile de se rendre compte de l'influence de la disposition qui permet de reporter latéralement la poussée sur les versants de la vallée. Prenons, en effet, un profil quelconque de barrage, celui de la *fig.* 1, par exemple; il est soumis à l'action de deux forces, le poids P et la poussée F; dans le cas où le mur est rectiligne ou indéfini, ces deux forces se composent pour donner lieu à une résultante R, et il faut pour que la stabilité soit assurée que le point E, où cette résultante rencontre la fondation, soit dans l'intérieur de la base AB et à une distance suffisante de l'arête extérieure B pour que la pression en ce point ne soit pas

Digitized by Google

plus grande que la limite R' que l'on ne doit pas dépasser. Dans le cas, au contraire, où le mur ayant en plan une forme courbe, la poussée F est reportée latéralement, cette force est détruite par les réactions du sol et ne se combine pas avec le poids P. On pressent donc que dans certains cas l'épaisseur à la base pourrait être réduite; mais, pour traiter complétement la question, il faut chercher l'épaisseur à donner au barrage pour que les maçonneries qui transmettent latéralement la poussée ne supportent en aucun point une pression supérieure à la limite R'.

Supposons que A'EB', A''CB'' (*fig.* 19) représente une section horizontale considérée à une hauteur H au-dessous du sommet et que les lignes VV, V'V' soient la coupe des versants de la vallée par le même plan horizontal. La poussée F de l'eau en chaque point E' du parement extérieur A'EB' du mur est normale à cette courbe. La détermination de l'épaisseur CE à donner au mur présente une grande analogie avec le problème ordinaire de la vérification de la stabilité des voûtes; seulement les pressions sur chaque voussoir, au lieu d'être parallèles entre elles et égales au poids de ce voussoir, sont toutes normales à la courbe extérieure A'EB' et sont toutes égales entre elles si l'on suppose que la voûte soit partagée en voussoirs égaux.

Ces conditions rendent le problème plus facile à résoudre que pour le cas d'une voûte ordinaire, et permettent de trouver une équation qui donne sans tâtonnement l'épaisseur à la clef.

Nous admettrons que la courbe A'EB' soit un arc de cercle ayant son centre au point O, et nous supposerons, ainsi qu'on le fait ordinairement dans les recherches relatives à la stabilité des voûtes, l'épaisseur CE à la clef déterminée par la condition que la courbe des pressions passant au point G situé au tiers de cette ligne, la pression à l'extrémité E la plus rapprochée soit égale à la limite R'. La courbe des pressions dans le cas d'équilibre doit être forcément per-

Digitized by Google

pendiculaire à toutes les actions de la pression de l'eau sur la voûte qui concourent au centre o, et par suite cette courbe est un cercle concentrique à celui qui forme le parement extérieur.

Cela posé, pour que la construction soit stable, il faut qu'il y ait équilibre dans la demi-voûte ECLB' entre la réaction de la culée au point K (*), les pressions de l'eau entre le point E et le point B' et la réaction R de la demi-voûte A'HEC.

Cette condition de stabilité conduit à l'équation suivante :

$$\sum M_K F = R \times KN, \tag{44}$$

qui exprime que la somme des moments des actions de la poussée de l'eau par rapport au point K est égale au moment de la réaction R par rapport au même point.

Posons $OE = \rho$, $OG = \rho'$; représentons par A l'angle EOB', par α l'angle variable formé par la direction d'un joint quelconque C'E' avec le rayon OB', et par ϖ la pression exercée par l'eau sur l'unité superficielle à la profondeur considérée.

La pression de l'eau sur un élément E' du parement A'EB' est représentée par ϖds ou par $\varpi \rho d\alpha$, puisque l'on a :

$$ds = \rho d\alpha.$$

Le moment, par rapport au point K de la pression élémentaire F, est donc :

$$\varpi \rho d\alpha M'K = \varpi \rho\rho' \sin\alpha d\alpha$$

et par suite :

$$\sum M_K F = \int_{\alpha=0}^{\alpha=A} \varpi \rho\rho' \sin\alpha d\alpha = \varpi \rho\rho' (1 - \cos A).$$

D'un autre côté :

$$KN = \rho' (1 - \cos A),$$

(*) La portion de barrage B'LB'' agit comme culée; elle transmet au rocher la pression qu'elle reçoit de la voûte.

Digitized by Google

et par suite, l'équation (44) devient :

$$\varpi\rho\rho'(1-\cos A)=R\rho'(1-\cos A)$$

ou

$$\varpi\rho=R;$$

et comme

$$\varpi=\frac{H^2\delta}{2},$$

$$R=\frac{H^2\rho\delta}{2}. \tag{45}$$

La valeur de R étant déterminée, l'épaisseur EC $=x$ s'en déduira immédiatement.

Il faut, en effet, que la pression par unité superficielle sur le joint EC au point E, où elle est la plus considérable, soit égale à la pression-limite. Cette condition est facile à exprimer en partant de la formule (10) :

$$\frac{2}{3}\frac{P}{u\delta'}=\lambda. \tag{10}$$

Il suffit d'y faire $u=\frac{x}{3}$. P = R, et l'on obtient :

$$\frac{2R}{x}=\lambda\delta',$$

ou en remplaçant R par la valeur (45) :

$$x=\frac{H^2\rho\theta}{\lambda}. \tag{46}$$

Nous remarquerons qu'une maçonnerie convenablement appareillée ne peut résister comme une voûte qu'autant que l'épaisseur à la clef n'est pas trop considérable par rapport au rayon. L'état de la science en ce qui concerne les conditions de stabilité des voûtes ne permet pas de préciser d'une manière mathématique quelle doit être la valeur-limite de ce rapport, mais nous croyons devoir considérer comme

Digitized by Google

certain que les hypothèses qui nous ont conduit à la formule (46) ne se réaliseraient plus si l'épaisseur à la clef dépassait le tiers du rayon. Prenons donc pour valeur-limite de x, $x = \frac{\rho}{3}$ et calculons la valeur de H correspondante.

La formule (46) devient :

$$\frac{\rho}{3} = \frac{H^2 \rho \theta}{\lambda},$$

et l'on en déduit :

$$H = \sqrt{\frac{\lambda}{3\theta}}. \tag{47}$$

En prenant $\lambda = 30$ et $\theta = \frac{1}{2}$, ainsi que nous l'avons fait dans les applications, on obtient :

$$H = 4{,}47,$$

d'où l'on doit conclure que pour les barrages d'une hauteur supérieure à $4^m.47$ on serait conduit à adopter une épaisseur à la clef trop grande par rapport aux dimensions du rayon pour que les matériaux pussent être considérés comme résistant comme une voûte (*).

12. ***Dimensions maximum à adopter pour la largeur du profil à la base dans les vallées étroites.*** — Mais dans ce cas, pour les vallées assez étroites, les murs de retenue sont comme encastrés entre les rochers qui forment les versants, et il peut en résulter une diminution dans l'épais-

(*) Pour des hauteurs inférieures à $4^m.47$, il pourrait y avoir un avantage à disposer les murs en voûte, même dans les vallées d'une grande largeur en construisant des culées intermédiaires, mais nous ne nous arrêterons pas à cette question, les barrages à établir dans la Loire supérieure devant tous avoir des hauteurs assez considérables.

Digitized by Google

seur qu'il faudrait donner au mur s'il devait résister à l'action de l'eau par son propre poids.

On peut voir facilement qu'il n'est jamais nécessaire de donner aux murs de réservoir une épaisseur plus grande que la largeur de la vallée à la hauteur considérée, si toutefois la poussée n'est pas assez considérable pour faire naître des pressions supérieures à la limite d'écrasement.

Soient VV'VV' (*fig.* 20) la section des versants de la vallée par un plan horizontal. Soit ABCD la coupe horizontale d'un mur ayant une épaisseur DB égale à la largeur AB de la vallée à la hauteur que l'on considère; supposons que l'on ait tracé les diagonales AD, CB du carré ABCD. Un barrage qui se composerait en plan des triangles AOB, COD serait suffisant pour résister à la pression de l'eau; en effet, la poussée étant en chaque point dirigée perpendiculairement à la surface pressée, on voit que toutes les forces telles que F, F', F'' pressant le parement AB rencontreraient le rocher entre le point D et le point B, et que leur action serait détruite par la résistance de ce rocher. Il en serait de même des forces appliquées sur AO.

Dans la pratique, il faudra admettre que le triangle AOB soit rempli de maçonnerie pour supporter la partie supérieure du barrage qui, correspondant à une largeur plus grande de la vallée, aura été construite pour résister par son poids à l'action de l'eau; mais le barrage formé par le carré ABCD résistera évidemment aussi bien que celui formé par les deux triangles AOC, BOD; la partie AOB agira comme un coin destiné à transmettre les pressions exercées sur la face AB perpendiculairement aux diagonales AO et OB. La résultante P des actions de la poussée sur la face AB se décompose en deux forces P' et P'' normales aux diagonales OB, AO qui produisent sur ces faces la même action que celle exercée par la poussée directe de l'eau dans le cas où le triangle AOB est supposé enlevé.

On voit par ce qui précède qu'un mur ayant l'épaisseur

Digitized by Google

de la vallée à barrer transmettra directement aux versants les actions horizontales provenant de la poussée de l'eau et qu'il ne courra ainsi aucune chance d'être renversé. Mais, pour que la stabilité de la construction soit assurée d'une manière suffisante au point de vue de la résistance des matériaux, il faudra qu'en aucun point la poussée de l'eau ne fasse naître des pressions dépassant la limite R'.

La hauteur que pourra avoir le barrage sans que cette condition cesse d'être satisfaite est facile à déterminer; la pression exercée par unité superficielle du parement AB est représentée par Hδ; cette pression donne lieu à deux forces perpendiculaires aux diagonales CBAB ou à la surface du rocher disposée par gradins parallèles à ces diagonales dont la valeur est :

$$\frac{H\delta}{\sqrt{2}}.$$

Il faut pour assurer cette stabilité que cette pression soit au plus égale à $R' = \lambda\delta'$, et par suite on doit avoir :

$$\frac{H\delta}{\sqrt{2}} = \lambda\delta'.$$

D'où

$$H = \frac{\lambda}{\theta}\sqrt{2}.$$

En admettant comme nous l'avons fait que l'on ait :

$$\lambda = 30, \quad \theta = \frac{1}{2},$$

on obtient :

$$H = 84{,}852.$$

D'où l'on conclut que tant que la hauteur du barrage ne dépasse pas $84^{m}.852$, il n'est pas nécessaire de lui donner une épaisseur plus grande que la largeur de la vallée pour résister à l'action de l'eau; les barrages que l'on aura à

Digitized by Google

construire ne devant jamais atteindre cette hauteur, on peut conclure de ce qui précède d'une manière générale qu'un mur de réservoir sera toujours capable de résister à l'action de l'eau si en chaque point il a une épaisseur égale à la largeur de la vallée.

13. *Détermination d'un profil à adopter pour une vallée dont le profil est donné.* — Si donc on veut appliquer à une vallée d'une largeur déterminée un profil calculé par les considérations du chapitre 1^er^, il y aura lieu d'en réduire l'épaisseur dès qu'elle sera égale à la largeur de la vallée. La hauteur à partir de laquelle l'épaisseur ne devra plus être calculée d'après les considérations développées dans le chapitre 1^er^ se déterminera par la construction géométrique la plus simple. Il suffira de porter perpendiculairement à une droite OO′ (*fig.* 21) les largeurs OB″, A′B′, AB, C′D′, CD du barrage considéré aux différentes hauteurs et aussi les largeurs OS, M′M, N′N, P′P, Q′Q de la vallée, de joindre entre eux les points B″B′BD′D extrémités des premières perpendiculaires, de faire aussi passer une ligne par les extrémités SMNP, etc. de la deuxième série de perpendiculaires. La distance TT″ du point T où ces deux lignes se rencontreront au sommet du barrage indiquera la hauteur cherchée.

En maintenant au barrage, à partir de la hauteur TT′, l'épaisseur TT″ égale à la largeur de la vallée en ce point, on serait assuré que le mur serait capable de résister à l'action de l'eau; il présenterait même à la partie inférieure un excès d'épaisseur puisque la largeur de la vallée va en diminuant, et qu'il suffirait qu'en chaque point l'épaisseur du mur fût égale à cette largeur.

Mais il ne suffit pas que la poussée de l'eau qui tend à produire le renversement du mur soit détruite par la résistance du rocher, il faut encore que les forces verticales qui continuent à être transmises à la fondation ne produisent en aucun point des pressions par unité superficielle

Digitized by Google

supérieure à la limite R'. Cette considération conduira à donner un empatement au mur à partir du point T, mais il sera moins considérable que dans le cas où le mur résiste par son propre poids par la raison que la poussée F étant détruite par la résistance latérale des culées n'aura pas pour effet de rapprocher le point d'application E de la force verticale sur la base de l'arête extérieure A' ainsi que cela a lieu dans les profils étudiés dans le chapitre 1^er^, celui de la *fig.* 17, par exemple.

Les dimensions à donner à la partie inférieure du profil se calculeront par les considérations suivantes : Soit MN (*fig.* 23) le plan horizontal passant à la hauteur qui vient d'être déterminée; soient $MN = b$, $MH = h'$, soient $s\delta'$ le poids de la partie supérieure CDMN du barrage, et $s'\delta$ le poids de l'eau s'exerçant sur la surface inclinée à l'intérieur MB, soit α la distance au point M du centre de gravité de la partie CDMN et β la distance au point N de la résultante verticale des actions du poids de la maçonnerie et de l'eau sur le parement MB. Prenons pour inconnue $B'H = y$, $LA' = x$.

La question se résoudra comme celles traitées dans le chapitre 1^er^, en exprimant que la pression par unité superficielle aux points A' et B' suivant que le réservoir est plein ou vide est égale à la limite R'. Les équations du problème seront toujours les expressions (9) et (10) :

$$(9) \qquad 2\left(2 - \frac{3u}{l}\right)\frac{P}{\delta' l} = \lambda,$$

$$(10) \qquad \frac{2}{3}\frac{P}{u\delta'} = \lambda,$$

dans lesquelles il faudra remplacer les quantités P, l, u par leurs valeurs en fonction des données de la question.

En considérant d'abord le cas où le réservoir est plein, on a :

$$P = s\delta' + s'\delta + bh'\delta' + \frac{h'x}{2} + \frac{h'y}{2} + \left(\frac{2h + h'}{2}\right)y\delta,$$

Digitized by Google

ou en posant, pour abréger :

$$s + s'\theta + bh' = \sigma',$$

et

$$2h + h' = H',$$

$$P = \frac{\delta'}{2}[2\sigma' + h'x + y(h' + H'\theta)].$$

D'un autre côté :

$$u = A'K = x + LK.$$

La valeur de LK se trouve en exprimant que le moment du poids total P par rapport au point N est égal à la somme des moments des forces verticales qui le composent.

On obtient ainsi en posant :

$$(s + s'\theta)\beta + \frac{b^2h'}{2} = \mu'',$$

$$u = \frac{(2h' + 3h'\theta)y^2 + 6(h' + H'\theta)xy + 4h'x^2 + 6b(h' + H'\theta)y + 12\sigma'x + 12\mu''}{6(2\sigma' + h'x + y(h' + H'\theta)}.$$

Cette valeur de u étant reportée en même temps que celle de P et celle de $l = b + x + y$ dans les relations (9) et (10) donne les équations suivantes :

(48)

2λ	$y^2 + 4\lambda$	$xy + 2\lambda$	$x^2 + 4b\lambda$	$y + 4b\lambda$	$x + 2\lambda b^2$
$- H'\theta$	$+ 2H'\theta$		$+ 2bH'\theta$	$- 4bh'$	$+ 12\mu''$
$- 2h'$	$- 2h'$		$+ 2bh'$	$+ 4\sigma'$	$- 8\sigma'b$
			$- 8\sigma'$		

$= 0$

(49)

$2h'\lambda$	$y^2 + 6h'\lambda$	$xy + 4h'\lambda$	$x^2 + 6bh'\lambda$	$y + 12\lambda\sigma'$	$x + 12\mu''\lambda$
$+ 3H'\theta\lambda$	$+ 6H'\theta\lambda$	$- 2h'^2$	$+ 6bH'\lambda\theta$	$- 8h'\sigma'$	$- 4\sigma'^2$
$- 4H'h'\theta$	$- 4H'h'\theta$		$- 8\sigma'h'$		
$- 2H'^2\theta^2$	$- 4h'^2$		$- 8H'\theta\sigma'$		
$- 2h'^2$					

$= 0$

On fera usage de la première ou de la seconde de ces

Digitized by Google

équations suivant que u sera plus grand ou plus petit que $\frac{b+x+y}{3}$.

Il reste à exprimer que la pression par unité superficielle au point B', quand le réservoir est vide, est égale à la limite R'. Les équations qui expriment cette condition ne différeront nullement de celles établies dans le chapitre 1^er^, page 61, que nous rappelons ci-dessous.

$$(30)\quad \left.\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \lambda y^2+2\lambda & xy+\lambda & x^2+2b\lambda & y+2b\lambda & x+\lambda b^2 \\ -h' & -h' & -2bh' & +bh' & +6\mu' \\ & & +2\sigma & -4\sigma & -4\sigma b \end{array}\right\} = 0$$

$$(31)\quad \left.\begin{array}{|c|c|c|c|c|} 2h'\lambda & y^2+3h'\lambda & xy+h'\lambda & x^2+6\lambda\sigma & y+3bh'\lambda & x+6\mu'\lambda \\ -h'^2 & -2h'^2 & -h'^2 & -4h'\sigma & -4h'\sigma & -4\sigma^2 \end{array}\right\} = 0$$

En combinant l'une de ces deux équations avec l'une des équations 48 et 49, on déterminera les inconnues x et y. On aura soin de suivre dans le choix des équations à employer les indications données dans le chapitre 1^er^.

La partie inférieure MNB'A' du profil étant déterminée par les conditions qui précèdent, on sera assuré que les pressions par unité superficielle en A' et B' seront égales à la limite R' suivant que le barrage sera plein ou vide, et en même temps que les pressions aux points a' et b' correspondantes d'une même tranche horizontale seront inférieures à cette limite. On pourra, comme nous l'avons fait dans la détermination des profils du chapitre 1^er^, diminuer le cube des maçonneries en partageant la surface MNB'A' en un certain nombre de zones, telles que MN, $m'n'$, $m''n''$, etc., en calculant les longueurs $m'h'$, $l'n'$, $m''h''$, $l''n''$, etc. (*fig.* 23 *bis*) par la condition que les pressions aux points $m'n'$ $m''n''$ soient égales à la limite adoptée. Les formules précédentes serviront à résoudre cette question ; il suffira de supposer que H', au lieu de présenter la hauteur MH, soit égal à la hauteur Mh' des tranches.

Digitized by Google

Dans le cas où la partie supérieure du profil aurait été calculée en employant des gradins à parements horizontaux et verticaux, il conviendrait d'employer le même système dans la partie inférieure des profils (*fig. 23 ter*).

Les calculs se font exactement de la même manière que ceux que nous venons de développer, en désignant toujours par x la saillie du gradin extérieur et par y celle du gradin intérieur; les équations 48, 49, 30 et 31 sont remplacées par les suivantes :

$$
\begin{array}{l|l|l|l|l|l}
(50)\quad \lambda & y^2+2\lambda & xy+\lambda & x^2+2b\lambda & y+2b\lambda & x+\lambda b^2 \\
\quad -h' & \quad -2h' & \quad -h' & \quad +2bh' & \quad +2\sigma' & \quad +6\mu'' \\
\quad -h\theta & \quad +2h\theta & & \quad +2bh\theta & \quad -4bh' & \quad -4b\sigma' \\
 & & & \quad -4\sigma' & &
\end{array} \Bigg\} = 0
$$

$$
\begin{array}{l|l|l|l|l|l}
(51)\quad 3h'\lambda & y^2+6h'\lambda & xy+3\lambda h' & x^2+6bh'\lambda & y+6\lambda\sigma' & x+6\lambda\mu'' \\
\quad +3h\theta\lambda & \quad +6h\theta\lambda & \quad -4h'^2 & \quad +6bh\theta\lambda & \quad -8h'\sigma' & \quad -4\sigma'^2 \\
\quad -4h^2\theta^2 & \quad +8hh'\theta & & \quad -8\sigma' h\theta & & \\
\quad -8hh'\theta & \quad -8h'^2 & & \quad -8\sigma' h' & & \\
\quad -4h'^2 & & & & &
\end{array} \Bigg\} = 0
$$

$$
\begin{array}{l|l|l|l|l|l}
(41)\quad \lambda & y^2+2\lambda & xy+\lambda & x^2+2\sigma & y+2b\lambda & x+\lambda b^2 \\
\quad -h' & \quad -2h' & \quad -h' & \quad +2b\lambda & \quad -4\sigma & \quad +6\mu' \\
 & & & \quad -4bh' & \quad +2bh' & \quad -4b\sigma
\end{array} \Bigg\} = 0
$$

$$
\begin{array}{l|l|l|l|l|l}
(42)\quad 3h'\lambda & y^2+6h'\lambda & xy+3h'\lambda & x^2+6\lambda\sigma & y+6bh'\lambda & x+6\lambda\mu' \\
\quad -4h'^2 & \quad -8h'^2 & \quad -4h'^2 & \quad -8h'\sigma & \quad -8h'\sigma & \quad -4\sigma^2
\end{array} \Bigg\} = 0
$$

CHAPITRE III.

APPLICATIONS DE LA THÉORIE AU CALCUL DE DIVERS PROFILS DE BARRAGE.

14. *Valeurs à attribuer à différentes quantités qui entrent dans les formules.* — Conformément aux instructions de M. l'ingénieur en chef Graeff, nous avons appliqué les con-

Digitized by Google

sidérations théoriques que nous venons de développer à la détermination d'un profil de barrage de 50 mètres de hauteur supposé d'une longueur illimitée, et d'un profil de la même hauteur destiné à barrer la vallée du Furens en un point où elle n'a que 7 mètres de largeur à sa partie inférieure.

Nous avons supposé dans les calculs de ces profils que la densité de l'eau étant égale à 1 000, celle de la maçonnerie soit égale à 2 000, en sorte que l'on a $\delta' = 2000$, $\delta = 1000$, $\theta = \frac{1}{2}$. Il fallait ensuite faire choix de la limite R' que l'on ne veut pas dépasser pour la pression par unité superficielle que les maçonneries ou le sol de la fondation doivent supporter. Nous avons admis pour cette limite 6 kilogrammes par centimètre quarré, soit 60 000 kilogrammes par mètre quarré, en sorte qu'il faut faire dans les calculs $R' = 60000$ et $\lambda = 30$. Les barrages à établir dans la Loire supérieure seront construits en maçonnerie de blocage dans laquelle on emploiera des pierres granitiques ou basaltiques et du mortier de chaux hydraulique du Theil; une pareille maçonnerie peut supporter des pressions supérieures à 6 kilogrammes par centimètre quarré, et en admettant cette limite, on se placera dans de très-bonnes conditions de stabilité. Les murs de Bosmeleac et de Glomel sur le canal de Nantes à Brest, dans la construction desquels on a fait usage de matériaux qui ne sont pas meilleurs que ceux que nous employons au point de vue de la résistance à l'écrasement, supportent sur certains points des pressions supérieures à 6 kilogrammes par centimètre quarré, et ces ouvrages se trouvent dans d'excellentes conditions de conservation.

15. ***Profils à parements inclinés s'appliquant à des murs de 50 mètres de hauteur.*** — Nous avons déterminé d'abord deux profils s'appliquant aux vallées de grande largeur en partant des calculs développés dans le n° 7 de la première

Digitized by Google

partie de ce mémoire. Ces profils sont ceux représentés par les *fig.* 24 et 25.

Pour le premier, nous avons d'abord déterminé au moyen des équations (16) et (18) la hauteur CA sur laquelle on peut maintenir le parement intérieur vertical, et la largeur correspondante AB. Nous avons ensuite admis que le barrage se terminerait à la partie inférieure par deux parements inclinés AA'BB', et les dimensions de cette partie de la construction ont été déterminées en faisant usage des équations (28) et (30). Le barrage ainsi construit jouit de la propriété que les pressions par unité superficielle aux points A.B.A'.B' sont égales à 6 kilogrammes par centimètre quarré, mais inférieures à cette limite pour toute section horizontale telle que *mn* autre que AB et A'B'. Ainsi la pression au point *n* dans le plan horizontal passant par le milieu de CA est égale seulement à $1^k.79$ par centimètre quarré.

Le profil de la *fig.* 25 est construit dans de meilleures conditions d'économie. Nous avons supposé chacune des parties CDBA, ABA'B', dans lesquelles on subdivise nécessairement le profil, partagée elle-même en deux. Les dimensions de la partie CD*mn* ont été déterminées au moyen de l'équation (22) du n° 7 dans laquelle on s'est donné la hauteur $h = 12{,}00$; la largeur *mn* étant calculée, on a cherché les dimensions de la partie *mn*AB en faisant usage des équations (17) et (19). Pour construire la partie inférieure A*m'*A'B'*n'*B, on a supposé la hauteur de 24 mètres qu'elle présente, partagés en deux parties égales, et l'on a eu recours aux équations (29) et (31) pour déterminer successivement les largeurs *m'n'* et A'B'.

Le profil ainsi déterminé ne donne lieu à des pressions atteignant la limite adoptée que suivant les sections *mn*, AB, *m'n'*, A'B'; pour toutes les autres sections, ces pressions sont inférieures à 6 kilogrammes par centimètre quarré, ainsi qu'on peut le voir sur le tableau A dans les colonnes (11) et (12) renfermant les pressions à charge et à vide pour des

Digitized by Google

sections tracées de deux mètres en deux mètres à partir du sommet. On peut remarquer que les pressions à charge, à la partie supérieure, sont loin d'atteindre la limite; on n'en sera pas étonné si l'on se rappelle que le profil théorique devrait avoir une épaisseur nulle au sommet, tandis que nous avons été conduit à admettre une largeur de 5 mètres. Nous avons tracé les courbes de pression à charge et à vide sur le profil n° 25; ZXXX est celle qui se rapporte au cas où le réservoir est plein; ZYYY est la courbe à vide; les abscisses telles que X*m*, Y*n* de ces courbes qui ne sont autre chose que les valeurs de *u* dans les expressions (1) et (2) qui donnent les pressions, ont été inscrites dans les colonnes (9) et (10) du tableau A.

Le profil que nous considérons est dans de bonnes conditions de stabilité sous le rapport des pressions que supporte la maçonnerie; il reste à vérifier si la stabilité est également assurée au point de vue du glissement des assises les unes sur les autres ou de toute la construction sur le sol de la fondation. Nous avons vu au n° 10 de la première partie de ce mémoire que, pour que la construction soit suffisamment stable au point de vue du glissement, il faut que l'on ait pour chaque assise :

$$2\left(\frac{s\delta' f + \gamma b}{\delta H^2}\right) > 1$$

ou à la limite :

$$2\left(\frac{s\delta' f + \gamma b}{\delta H^2}\right) = 1. \tag{43}$$

Dans cette équation f représente le coefficient de frottement des maçonneries, γ la force de cohésion des maçonneries par unité superficielle, b la largeur du profil dans l'assise considérée et s la surface de la partie située au-dessus de cette assise.

En négligeant la cohésion des maçonneries, ce qui est

Digitized by Google

se placer dans des conditions défavorables, l'équation (43) devient :

$$\frac{2s\delta' f}{\delta H^2} = 1, \quad \text{ou} \quad f = \frac{\frac{\delta H^2}{2}}{s\delta'}.$$

Nous avons inscrit dans la colonne 8 du tableau A la valeur de ce rapport qui n'est autre chose que celle du rapport de la poussée à la pression verticale; on voit que la valeur maximum qu'il atteint est de 0.7304, or, on admet ordinairement pour le coefficient f le chiffre de $0^m.76$, d'où nous pouvons conclure que le profil de la *fig.* n° 25 est dans de bonnes conditions de stabilité au point de vue du glissement, même en négligeant la force de cohésion des mortiers.

16. *Profil d'égale résistance calculé par la méthode approchée pour un mur de* 50 *mètres de hauteur.* — Les principes développés dans le n° 8 de la première partie de ce mémoire sur la détermination d'un profil s'écartant peu de celui d'égale résistance ont été appliqués à un barrage de 50 mètres de hauteur. La partie supérieure CDBA de ce profil (*fig.* 26) a été déterminée au moyen de l'équation (36); on a supposé le reste du barrage partagé en tranches d'une hauteur constante de 2 mètres. Les gradins compris entre le plan BA et $c'c''$ dans l'étendue où le profil est vertical du côté de l'eau ont été calculés au moyen des formules (37) et (38) en ayant soin de se conformer, pour le choix de celle qui convient à chaque gradin, aux indications données dans le chapitre 1er de ce mémoire. La partie inférieure du barrage a été calculée en faisant usage des équations 39, 40, 41 et 42. Mais comme ces calculs sont fort laborieux, il y a avantage, quand on a déterminé assez de gradins pour avoir à peu près la forme des courbes passant par leurs arêtes rentrantes, à calculer les saillies x et y par tâtonnement en choisissant pour premières valeurs approchées

Digitized by Google

celles qui résultent de l'intersection de ces courbes prolongées avec les plans horizontaux formant la base des gradins et en modifiant ces valeurs jusqu'à ce que les pressions qui en résultent soient égales à 6 kilog. par centimètre quarré. Le tableau B, dressé dans la même forme que celui relatif au profil de la *fig.* 25, renferme tout ce qu'il peut être intéressant de connaître relativement au profil de la *fig.* 26. On y remarque que la valeur maximum à attribuer au coefficient de frottement, pour que les conditions d'équilibre relativement au glissement soient satisfaites, est égale à 0.732*h*, valeur inférieure à la limite qui convient aux maçonneries.

17. *Comparaison des profils calculés. Profil à adopter.* —Nous n'avons pas besoin d'insister sur les avantages que présentent les profils s'éloignant peu du profil d'égale résistance; il est bien clair, en effet, que tout mur de réservoir qui serait calculé de manière à présenter sur certains points des pressions bien inférieures à la limite que l'on ne veut pas dépasser, aurait pu, avec des dispositions plus rationnelles, recevoir des dimensions moindres sans offrir moins de solidité. Les profils des *fig.* 25 et 26 diffèrent tous deux très-peu du profil d'égale résistance; le premier n'admet la pression-limite que sur les sections *mn*, AB, *m'n'*, A'B'; le second l'admet sur toutes les arêtes rentrantes des gradins. Sur tous les autres points du parement, dans l'un comme dans l'autre profil, la pression par unité superficielle est inférieure à la limite adoptée; il nous reste à comparer entre eux ces deux profils. Au point de vue de la stabilité relative aux pressions, les avantages qu'ils présentent sont à très-peu près identiques. Il en est de même pour la résistance au glissement; dans le premier, la valeur maximum à donner au coefficient de frottement des maçonneries est de 0.7504, elle est de 0.7324 dans le second; l'un ou l'autre de ces profils pourrait être indifféremment choisi si aucune question étrangère à la stabilité

Digitized by Google

ne devait être prise en considération. Mais il est encore d'autres conditions que l'on ne saurait perdre de vue dans un projet d'ouvrage important; ce sont : l'appropriation des formes adoptées aux matériaux à employer, la dépense et l'effet produit au point de vue de l'art. Les matériaux à employer dans la Loire supérieure seraient principalement des porphyres, des granites et des basaltes, pierres qui, pour la plupart, se refusent à toute espèce de taille régulière et avec lesquelles il est surtout difficile de faire des parements appareillés par joints horizontaux. Or le profil de la *fig.* 26 exige impérieusement que les parements soient ainsi disposés et, eu égard au peu de saillie du gradin, on serait presque dans la nécessité, pour obtenir une construction solide, de les recouvrir de pierres dont la longueur serait égale à cette saillie; au contraire, les parements du profil de la *fig.* 25 pourraient s'exécuter très-facilement avec des matériaux difficiles à tailler, en adoptant le système des joints incertains, le seul praticable avec la plupart des porphyres. Au point de vue de la dépense, c'est encore le profil n° 25 qui offre le plus d'avantages; en effet, il ne présente qu'un cube de $995^{m}.30$ par mètre courant, tandis que celui du profil n° 26 est de $1028^{mc}.75$; la surface des parements vus est de $119^{mq}.70$ pour le premier et de $152^{mq}.15$ pour le second. En admettant que le prix du mètre cube de la maçonnerie ordinaire soit de 12 francs et que celui de la maçonnerie du parement soit de 20 francs, on obtient pour la dépense par mètre courant du profil n° 25 la somme de $12230^{f}.88$ qui est portée à $12710^{f}.16$ pour le profil n° 26, ce qui donne une économie de $479^{f}.28$ en faveur du premier. Cette économie serait en réalité plus considérable par la raison que nous avons admis le même prix pour la maçonnerie de parement dans les deux profils, et que le profil n° 26 exigerait très-certainement un prix beaucoup plus élevé. Au point de vue de l'effet produit, il nous paraît certain que le parement extérieur

Digitized by Google

du profil n° 25 présentera un aspect plus monumental que les gradins du profil n° 26.

Les considérations qui précèdent nous portent à donner la préférence au profil n° 25 à parements inclinés, et c'est celui que nous proposerions si nous avions à projeter un grand mur de réservoir.

Avant de quitter ce sujet, nous devons examiner quelques objections faites à un système analogue à celui que nous proposons dans le mémoire publié sur la matière par M. de Sazilly.

Suivant cet ingénieur, les principaux inconvénients des parements présentant un contour polygonal seraient les suivants :

1° Les angles aigus formés par les sections horizontales du mur et des parements, placeraient ces derniers dans de mauvaises conditions pour résister aux charges qu'ils ont à porter.

2° L'inclinaison trop adoucie du parement extérieur favoriserait la végétation des plantes parasites dont l'effet est toujours destructeur.

3° L'exécution d'un parement suivant un contour polygonal, en même temps qu'elle présenterait un effet assez disgracieux, donnerait toujours lieu à quelques difficultés pratiques.

La dernière de ces objections ne s'applique nullement au profil n° 25, puisque le parement extérieur ne présente que quatre changements d'inclinaison, dont le premier seul serait sensible à l'œil. Le second inconvénient subsisterait à un plus haut degré pour la partie horizontale du gradin du profil n° 26. Il est vrai que M. de Sazilly propose de les recouvrir d'une chape en bitume; on arrivera facilement et avec moins de dépense à prévenir toute végétation sur les parements du profil n° 25 en exécutant les rejointoiements avec soin et en les entretenant toujours en bon état. La première objection, qui est certainement la plus sérieuse,

Digitized by Google

a moins d'importance pour notre profil que pour celui auquel elle s'applique; en effet, ce dernier se compose d'un contour polygonal concave par rapport aux parements droits $nB, Bn', n'B'$ du profil n° 25, et par suite les côtés de ce polygone font avec les horizontales en chaque point des angles plus petits que ceux qui se rapportent à notre profil. Quoi qu'il en soit, on pourra toujours l'affranchir de l'inconvenient signalé en appareillant les maçonneries de parement normalement à la surface de ces parements; avec cette disposition, elles seront certainement dans des conditions de résistance meilleures que celles des gradins du profil n° 26 que les pressions peuvent tendre à séparer du massif de la construction suivant les lignes qui joignent les arêtes rentrantes.

18. ***Profil d'un barrage de 50 mètres de hauteur à construire sur le Furens.*** — Il nous reste maintenant à rendre compte de l'application que nous avons faite des principes développés dans le deuxième chapitre de ce mémoire, au calcul d'un profil de barrage à établir sur la vallée du Furens. Au point où ce barrage doit être construit, la vallée n'a que 7 mètres de largeur à la partie inférieure, ainsi que l'indique le profil de la *fig.* 22. Cette disposition permet, comme nous l'avons dit plus haut (n° 12), de diminuer à la partie inférieure, la largeur à donner au barrage. Afin de déterminer le point à partir duquel, le profil ayant atteint la largeur de la vallée, la poussée horizontale est détruite par la résistance du rocher, nous avons appliqué successivement aux profils n^{os} 25 et 26 la construction que nous avons indiquée n° 13, et qui est rapportée sur la figure n° 21; les lignes OS, M'M, N'N, P'P, Q'Q, tracées perpendiculairement à la ligne verticale OO', sont égales aux largeurs de la vallée aux hauteurs OM', ON' OP' etc., au-dessus du fond.

Les lignes OB'', A'B', AB, C'D', CD sont égales aux largeurs du profil de la *fig.* 25 aux hauteurs OK, OA, OB, OC',

Digitized by Google

OC, les lignes $a'b'$, $b''a''$, etc., représentent les largeurs du profil de la *fig.* 26. La construction fait voir que la largeur des barrages atteint la largeur de la vallée à une hauteur au-dessus de la fondation comprise entre 14 et 15 mètres pour le profil n° 25 et entre 15 et 16 mètres pour le profil n° 26. Pour ne pas admettre de nombres fractionnaires dans la hauteur des tranches dans lesquelles sont partagés les profils, nous avons admis 14 mètres pour la première de ces hauteurs et 15 mètres pour la seconde. La partie inférieure des profils s'appliquant à la vallée du Furens a été calculée en suivant les indications données dans le deuxième chapitre (n° 13), et l'on a obtenu ainsi les deux profils n°s 27 et 28. La largeur à la base du profil n° 27 a été calculée au moyen des équations 48 et 30, d'où l'on a déduit les valeurs de $A'p = y$ et $B'q = x$. Les gradins du profil n° 28 ont été calculés au moyen des équations 50 et 41 ; ces deux profils sont exactement semblables à ceux des *fig.* 25 et 26 jusqu'au plan m' n' et les tableaux A et B renferment tous les éléments propres à en calculer la résistance. Le tableau C renferme le mêmes éléments pour les parties inférieures; seulement la composante horizontale de la poussée étant détruite directement par la résistance du rocher, le glissement d'une assise sur l'autre, est impossible; aussi n'avons nous pas rapporté dans ce dernier tableau les éléments relatifs à la résistance au glissement. On remarque que les courbes de pression à charge ZXXX de ces deux profils présentent un point de rebroussement à la rencontre du plan $m'n'$; cela n'a rien d'étonnant puisque l'on a supposé que c'est à partir de ce plan que la composante horizontale est complétement détruite, mais en réalité, le point d'inflexion n'existerait pas parce qu'aux approches du plan $m'n'$, avant d'être complétement détruite, la poussée serait atténuée, ce qui approcherait du parement intérieur la courbe des pressions qui affecterait dès lors la forme figurée en ligne pointillée.

Digitized by Google

Toutes les raisons qui nous ont fait préférer le profil n° 25 au profil n° 26, subsistent pour faire adopter le profil de la *fig.* 27 de préférence à celui de la *fig.* 28. Le cube des maçonneries par mètre courant est de $894^{mc}.34$ et il est de $945^{mc}.40$ pour le second. Les surfaces des parements sont respectivement de $112^{mq}.99$ et $139^{mq}.50$; en admettant les prix donnés plus haut pour le prix des maçonneries, le mètre courant du profil n° 27 donnerait lieu à une dépense de $11\,003^{f}.26$ qui serait portée à $11\,679^{f}.60$ pour le profil n° 28. Il y aurait donc une économie de $676^{f}.34$ en faveur du premier, et cette économie serait en réalité plus considérable à raison des différences qui existeraient forcément dans le prix de la maçonnerie de parement. Nous pensons donc que le profil le plus avantageux est celui représenté sur la *fig.* 27.

En comparant le prix par mètre courant du profil n° 27 à celui du profil n° 25, on trouve que le second dépasse le premier de $1\,227^{f}.62$; on voit par là que le peu de largeur de la vallée du Furens permet de diminuer environ de 1/10. le prix par mètre courant du barrage à établir tout en conservant le même degré de stabilité. L'économie serait plus considérable encore sur la plupart des affluents de la Loire supérieure dont les versants ont des pentes plus abruptes.

Lyon, le 12 mars 1866.

Digitized by Google

TABLEAUX A ET B.

Digitized by Google

Tableau A.

Hauteurs mesurées à partir du sommet.	Volumes des maçonneries par mètre courant.	Épaisseurs réduites.	Rapports des épaisseurs réduites aux hauteurs.	Pressions verticales totales.	Poussées horizontales.	Rapport de la pression à la poussée.	Valeur à attribuer au coefficient de frottement pour l'équilibre.	Abscisses de la courbe des pressions à charge.	Abscisses de la courbe des pressions à vide.	Pression maximum à charge par centimètre carré.	Pression maximum à vide par centimètre carré.
1	2	3	*h*	5	6	7	8	9	10	11	12
				tonnes.	tonnes.					kilog.	kilog.
2	10.253	5.1265	2.5632	20.506	2.00	10.2530	0.095	2.62	2.56	0.39176	0.27002
4	21.012	5.2530	1.3132	42.024	8.00	5.2530	0.190	2.59	2.65	0.91916	0.85344
6	32.278	5.3796	0.8966	64.556	18.00	3.5864	0.275	2.50	2.69	1.56894	1.34472
8	44.052	5.5065	0.6883	88.104	32.00	2.7532	0.360	2.28	2.76	2.52140	1.84464
10	56.330	5.6330	0.5633	112.660	50.00	2.2532	0.440	1.94	2.82	3.86172	2.34540
12	69.120	5.7600	0.4800	138.240	72.00	1.9200	0.520	1.54	2.89	5.98441	2.83232
14	83.608	5.9720	0.4265	167.216	98.00	1.7062	0 585	2.21	3.02	5.04719	3.65052
16	100.993	6.3120	0.3945	201.986	128.00	1.5748	0.630	2.78	3.25	4.83752	4.15936
18	121.275	6.7375	0.3743	242.550	162.00	1.4972	0.665	3.30	3.56	4.90193	4.54354
20	144.454	7.2227	0.3611	288.908	200.00	1.4446	0.690	3.78	3.92	5 09510	4.91565
22	170.530	7.7513	0.3523	341.060	242.00	1.4082	0.705	4.24	4.32	5.36106	5.26631
24	199.503	8.3126	0.3463	399.006	288.00	1.3854	0.720	4.69	4.74	5.66761	5.66799
26	231.380	8.8992	0.3422	262.760	338.00	1.3690	0.730	5.14	5.19	6.00020	5.94619
28	267.020	9.5364	0.3406	548.855	392.00	1.4001	0.7143	6.31	6.16	5.79478	5.78523
30	307.312	10.2437	0.3404	645.240	450.00	1.4339	0.697	7.43	7.21	5.81376	5.68148
32	357.247	11.0077	0.3439	761.799	512.00	1.4879	0.672	8.57	8.23	5.85488	5.73312
34	401.828	11.8184	0.3476	869.120	578.00	1.5037	0.665	9.76	9.26	5.89248	5.75856
36	456.055	12.6682	0.3519	996.655	648.00	1.5380	0.640	10.83	10.28	5.99080	5.86768
38	514.940	13.5510	0.3567	1134.590	722.00	1.5714	0.636	12.12	11.30	6.00372	6.00038
40	579.283	14.4821	0.3620	1307.073	800.00	1.6383	0.612	13.89	12.90	5.96288	5.90304
42	649.912	15.4741	0.3684	1494.374	882.00	1.6943	0.589	15.69	14.48	5.91300	5.84984
44	726.830	16.5188	0.3754	1696.500	968.00	1.7525	0.570	17.46	16.04	5.93320	5.80800
46	810.020	17.6091	0.3828	1913.415	1058.00	1.8085	0.552	19.17	17.60	5.53620	5.85312
48	899.515	18.7399	0.3904	2145.186	1152.00	1.8621	0.537	21.00	19.14	5.92640	5.98136
50	995.300	19.9060	0.3981	2391.783	1250.00	1.9134	0.522	22.76	20.67	5.99638	6.00380

Digitized by Google

Tableau B.

Numéros des assises à partir du sommet.	Volumes des maçonneries par mètre courant.	Épaisseurs réduites.	Rapports des épaisseurs réduites aux hauteurs.	Pressions verticales totales.	Poussées horizontales.	Rapport de la pression à la poussée.	Valeur à attribuer au coefficient de frottement pour l'équilibre.	Abscisses de la courbe des pressions à charge.	Abscisses de la courbe des pressions à vide.	Pression maximum à charge par centimètre carré.	Pression maximum à vide par centimètre carré.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
				tonnes.	tonnes.					kilog.	kilog.
9	45.00	5.0000	0.5555	90.000	40.50	2.2222	0.4500	1.15	2.50	5.21739	1.80000
11	56.60	5.1454	0.4677	113.200	60.50	1.8710	0.5344	1.25	2.58	5.99655	2.59578
13	70.44	5.4184	0.4168	140.880	84.50	1.6672	0.5990	1.56	2.75	5.99533	3.28171
15	86.78	5.7853	0.3856	173.560	112.50	1.5427	0.6481	1.92	3.00	6.01354	3.81081
17	105.86	6.2270	0.3663	211.720	144.50	1.4652	0.6821	2.35	3.32	6.01631	4.23867
19	127.88	6.7305	0.3542	255.760	180.50	1.4169	0.7057	2.84	3.70	6.00037	4.61308
21	153.02	7.2866	0.3469	306.040	220.50	1.3879	0.7204	3.40	4.12	5.99567	4.94766
23	180.44	7.8886	0.3429	362.880	264.50	1.3719	0.7288	4.03	4.59	6.00104	5.26989
25	213.32	8.5328	0.3413	426.640	312.50	1.3652	0.7324	4.74	5.09	5.99992	5.58169
27	248.84	9.2162	0.3413	497.680	364.50	1.3653	0.7324	5.53	5.63	5.99683	5.88712
29	288.44	9.9462	0.3429	579.985	420.50	1.3792	0 7251	6.47	6.42	6.00229	5.99072
31	332.52	10.7264	0.3460	674.235	480.50	1.4031	0.7126	7.57	7.39	6 01028	5.99637
33	381.42	11.5581	0.3502	780.250	544.50	1.4329	0.6978	8.81	8.47	5.99629	5.99664
35	435.36	12.4888	0.3553	898.690	612.50	1.4672	0.6815	10.13	9.65	5.99890	5.97899
37	494.62	13.3681	0.3613	1030.335	684.50	1.5052	0.6643	11.56	10.93	6.00256	5.96272
39	559.38	14.3430	0.3677	1174.100	760.50	1.5438	0.6477	13.06	12.22	5.97624	5.99464
41	629 98	15.3653	0.3747	1333.240	840.50	1.5862	0.6304	14.67	13.65	5.98226	5.99696
43	706.70	16.4348	0.3822	1507.795	924.50	1.6039	0.6131	16.38	15.16	5.97236	5.99696
45	789.84	17.5520	0.3900	1698.585	1012.50	1.6775	0.5960	18.20	16.77	5.98106	5.99716
47	879.70	18.7170	0.3982	1906.430	1104.50	1.7260	0.5793	20.11	18.48	5.97802	5.99909
49	976.60	19.9306	0.4067	2132.190	1200.50	1.7760	0.5630	22.12	20.27	5.98188	6.00268
51	1080.00	21.1941	0.4155	2377.295	1300.50	1.8279	0.5470	24.27	22.18	5.99596	6.00160

Digitized by Google

Tableau C.

Hauteurs mesurées à partir du sommet. 1	Volumes des maçonneries par mètre courant. 2	Épaisseurs réduites. 3	Rapport des épaisseurs réduites aux hauteurs. 4	Pressions verticales totales. 5	Abscisses de la courbe des pressions à charge. 6	Abscisses de la courbe des pressions à vide. 7	Pression maximum à charge par centimètre carré. 8	Pression maximum à vide par centimètre carré. 9
			Profil n° 27.					
26	233.61	8.9850	0.3455	467.220	5.20	5.16	5.98493	6.00617
28	286.04	9.5335	0.3404	540.500	6.21	6.14	5.87128	5.79687
30	307.00	10.2333	0.3411	627.720	7.32	7.10	5.88298	5.39772
32	351.55	10.9859	0.3433	724.420	8.45	8.04	5.86224	5.82776
34	400.59	11.7820	0.3465	830.580	9.53	9.05	5.96856	5.93560
36	454.18	12.6161	0.3504	946.490	10.65	10.03	5.99930	6.00100
38	510.99	13.4471	0.3538	1 034.740	12.57	11.14	5.07080	5.96539
40	569.82	14.2455	0.3561	1 171.540	13.35	12.13	5.38948	5.97094
42	630.67	15.0159	0.3575	1 301.700	14.31	13.12	5.28036	5.95388
44	693.54	15.7622	0.3582	1 442.280	15.09	14.01	5.53184	5.99196
46	758.43	16.4876	0.3584	1 587.580	15.82	14.86	5.63808	5.98260
48	825.34	17.1945	0.3582	1 737.620	16.51	15.67	5.90902	5.98752
50	894.34	17.8868	0.3577	1 892.525	17.19	16.47	6.00268	6.0014 8
			Profil n° 28.					
39	556.16	14.2605	0.3656	1 165.255	12.75	11.99	5.99075	6.00344
41	620.20	15.1268	0.3689	1 307.960	13.90	13.08	5.99693	5.99972
43	686.88	15.9739	0.3714	1 457.515	15.01	14.14	5.99999	5.99435
45	756.36	16.8080	0.3735	1 614.005	16.12	15.18	6.00164	5.99862
47	826.84	17.6349	0.3757	1 778.865	17.24	16.24	5.99794	6.00128
49	904.48	18.4587	0 3927	1 952.235	18.38	17.31	6.00044	5.99788
51	983.48	19.2839	0.3781	2 134.000	19.55	18.40	5.99899	6.00040

Digitized by Google

Extrait des *Annales des ponts et chaussées*, tome XII, 1866.

Paris. — Imprimé par E. Thunot et C^ie^, rue Racine, 26.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

On trouve à la même librairie :

CHAMPION (**Maurice**). **Les Inondations en France** depuis le VI^e^ siècle jusqu'à nos jours. Recherches et documents contenant les relations contemporaines, les actes administratifs, les pièces officielles, etc., de toutes les époques, avec détails historiques sur les quais, ponts, digues, chaussées, levées, etc., suivi de **tableaux** synoptiques par bassins de l'hydrographie générale de la France, et d'un index bibliographique des ouvrages anciens et modernes traitant de la matière; publiés, annotés et mis en ordre pour servir aux études historiques, statistiques, scientifiques et topographiques des inondations. 5 vol. in-8. 45 fr.

COTELLE, *ancien avocat au conseil d'État et à la cour de cassation, professeur de droit administratif à l'École impériale des ponts et chaussées, etc.* **Cours de droit administratif** appliqué aux travaux publics, 3^e^ *édition*, totalement refondue et présentant dans leur dernier état la législation et les règlements, la jurisprudence du conseil d'Etat et des cours, et la doctrine des auteurs.
4 beaux vol. in-8. 30 fr.

DARCY (**Henri**), *inspecteur général des ponts et chaussées.* **Les Fontaines publiques de la ville de Dijon**; exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau, ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs villes, au filtrage des eaux et à la fabrication des tuyaux de fonte, de plomb, de tôle et de bitume. Un fort vol. in-4 de texte accompagné d'un bel atlas de 28 planches in-folio. 38 fr.

DUMONT (**A.**), *ingénieur en chef des ponts et chaussées.* **Les Eaux de Lyon et de Paris.** Description des travaux exécutés à Lyon pour la distribution des eaux du Rhône filtrées et projet pour alimenter Paris en eau de Seine, pour drainer et assainir cette capitale, suivis d'une pratique des distributions d'eau en général. In-4 et atlas. 25 fr.

DUPUIT (**J.**), *insp. gén. des ponts et chaussées, anc. direct. du service municipal de Paris.* Traité théorique de la **conduite et de la distribution des eaux**, 2^e^ édition, entièrement revue et considérablement augmentée. Un fort vol. in-4, avec un bel atlas de 48 pl. in-folio, demi-jésus. 45 fr.

— Études théoriques et pratiques sur le **Mouvement des eaux** dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables, avec des considérations relatives au régime des grandes eaux, au débouché à leur donner et à la marche des alluvions dans les rivières à fond mobile. In-4. 20 fr.

GENIEYS et **B.-E. COUSINERY**, *ingén. en chef des ponts et chaussées.* **Recueil de tables** pour faciliter et abréger les divers calculs relatifs aux différents genres de constructions civiles, hydrauliques et industrielles, à l'usage de MM. les ingén, architectes et constructeurs. 2 vol. in-8, gr. papier.
Le t. I^er^ (2^e^ édition) est *sous presse.*
Le tome II (*les tables de ce volume sont indépendantes de celles du tome* I^er^.) 12 fr.

NADAULT DE BUFFON, *ingén. en chef, profess. à l'École des ponts et chaussées, membre de la Société d'agriculture, ancien chef de division au ministère des travaux publics.* **Cours d'agriculture et d'hydraulique agricole**, comprenant les principes généraux de l'économie rurale et les divers travaux d'amélioration du régime des eaux dans l'intérêt de l'agriculture, tels que curages, élargissements, redressements, endiguements, desséchements des marais et terrains inondés, assainissement des terrains humides ou détériorés par suite de filtrations, drainages, irrigations, limonages, etc. 4 beaux vol. in-8 avec un gr. nombre de fig. dans le texte et 18 belles pl. 39 fr.

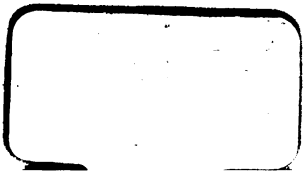
Cet ouvrage est la rédaction revue, refondue et beaucoup augmentée du cours professé depuis plusieurs années par l'auteur à l'École des ponts et chaussées.

— **Des canaux d'irrigation** de l'Italie septentrionale, envisagés sous les divers points de vue de la science hydraulique, de la production agricole et de la législation. 2 volumes in-8 et atlas. 30 fr.

VIGNON, *ingénieur en chef des ponts et chaussées, directeur des archives au ministère des travaux publics.* Études historiques sur l'administration des **Voies publiques en France** aux XVII^e^ et XVIII^e^ siècles. 3 vol. grand in-8. 27 fr.

Paris. — Imprimé par E. Thunot et C^e^, rue Racine, 26.

Digitized by Google



Digitized by Google

Eng 1078.67.3
Memoire sur la forme du profil a a
Cabot Science 005110875
3 2044 091 992 826